1a Tellen (van de eindpunten) geeft 6 keuzemogelijkheden. Berekening: $3 \times 2 = 6$.

1b Voordeel van een wegendiagram: minder werk om te maken.
Nadeel van een wegendiagram: de keuzemogelijkheden staan niet apart vermeld.

B 6	7	8	9	10	11	12
L 5	6	7	8	9	10	11
A 4	5	6	7	8	9	10
U 3	4	5	6	7	8	9
W 2	3	4	5	6	7	8
E 1	2	3	4	5	6	7
+	**1**	**2 R**	**3 O**	**4 D**	**5 E**	**6**

2a Neem het rooster hiernaast over.

2b Er zijn 10 mogelijkheden om *samen minstens* 9 te gooien. (zie hiernaast)

2c 36, 45, 46, 54, 55, 56, 63, 64, 65, 66.

3a Bij een halve competitie speelt elk team één keer tegen elk ander team.

3b Liefst een rooster. (maak er zelf ook een)

3c Er zijn $4+3+2+1=10$ wedstrijden. (de grijze vakjes)

	4v1	4v2	4h1	4h2	4h3
4v1	-	-	-	-	-
4v2		-	-	-	-
4h1			-	-	-
4h2				-	-
4h3					-

3d Aantal wedstrijden: $(n-1)+(n-2)+...+3+2+1$ of $(n^2-n):2=\frac{1}{2}n^2-\frac{1}{2}n$.
(tel eerst alle hokjes in het rooster $\Rightarrow n \times n = n^2$; trek daar de n hokjes van
de diagonaal van linksboven naar rechtsonder vanaf en deel dan nog door 2)

3e $\frac{1}{2}n^2-\frac{1}{2}n=45 \Rightarrow \frac{1}{2}n^2-\frac{1}{2}n-45=0 \Rightarrow n^2-n-90=0 \Rightarrow (n-10)(n+9)=0 \Rightarrow n=10$ (of $n=-9$ voldoet niet).

4a Vijf teams spelen bij een hele competitie $5 \times 4 = 20$ wedstrijden. (gebruik het rooster hierboven)
In de voorronden dus $8 \times 20 = 160$ wedstrijden; in de kwartfinale (laatste 8 teams) $4 \times 2 = 8$ wedstrijden;
in de halve finale (laatste 4 teams) $2 \times 2 = 4$ en in de finale (laatste 2 teams) $1 \times 2 = 2$ wedstrijden.
Dus totaal $160+8+4+2=174$ wedstrijden.

4b 4×2 (in de voorronde) $+ 2$ (in de kwartfinale) $+ 2$ (in de halve finale) $+ 2$ (in de finale) $= 14$.

5 $3 \times 2 \times 2 = 12$. (zie het vereenvoudigde wegendiagram hiernaast)

(of uitschrijven: ro ge gr, ro ge ro, ro gr ge, ro gr ro en zo ook 4 mogelijkheden beginnend met geel en 4 beginnend met groen)

6a BAAA, ABAA, AABA (A winnaar in vier sets $\Rightarrow$ A staat na 3 sets al met 2-1 voor);
ABBB, BABB, BBAB (B winnaar in vier sets $\Rightarrow$ B staat na 3 sets al met 2-1 voor)

6b AAA (A winnaar in drie sets); BBB (B winnaar in drie sets);
BBAAA, ABBAA, AABBA, BABAA, BAABA, ABABA (A winnaar in vijf sets $\Rightarrow$ na 4 sets is het 2-2);
AABBB, BAABB, BBAAB, ABABB, ABBAB, BABAB (B winnaar in vijf sets $\Rightarrow$ 4 sets is het 2-2).
Dus totaal 2 (na 3 sets) $+ 6$ (na 4 sets) $+ 12$ (na 5 sets) $= 20$ manieren.

7a *Som is 8* kan op 4 manieren. (zie het rooster hiernaast)

7b *Som is minder dan 8* kan op 18 manieren. (zie de grijze hokjes hiernaast)

7c *Product is 8* kan op 3 manieren. (maak een nieuw rooster of: 24, 42 en 18)

4	5	6	7	***8***	9	10	11	12
3	4	5	6	7	***8***	9	10	11
2	3	4	5	6	7	***8***	9	10
1	2	3	4	5	6	7	***8***	9
SOM	1	2	3	4	5	6	7	8

8a 16 ogen met de series 556, 565, 655, 466, 646 en 664 $\Rightarrow$ 6 mogelijkheden.

8b 17 ogen met 566, 656 en 665; 18 ogen met 666 $\Rightarrow$ meer dan 15 ogen heeft $6+3+1=10$ mogelijkheden.

8c 15 ogen met 663, 636, 366, 654, 645, 546, 564, 456, 465 en 555 $\Rightarrow$ 10 mogelijkheden.

9a 5 ogen met 113, 131, 311, 122, 212 en 221 $\Rightarrow$ 6 mogelijkheden.

9b 3 ogen met 111; 4 ogen met 112, 121 en 211; 5 ogen met 113, 131, 311, 122, 212 en 221;
6 ogen met 114, 141, 411, 123, 132, 213, 231, 312, 321 en 222 $\Rightarrow 1+3+6+10=20$ mogelijkheden.

10a <u>1×€50 en 1×€20</u>; <u>1×€50 en 2×€10</u>; <u>3×€20 en 1×€10</u>; <u>2×€20 en 3×€10</u>; <u>1×€20 en 5×€10</u>; <u>7×€10</u>.

10b <u>2×€50</u>; <u>1×€50 2×€20 en 1×€10</u>; <u>1×€50 2×€20 en 1×€10</u>; <u>1×€50 1×€20 en 3×€10</u>;
<u>1×€50 en 5×€10</u>; <u>5×€20</u>; <u>4×€20 en 2×€10</u>; <u>3×€20 en 4×€10</u>; <u>2×€20 en 6×€10</u>;
<u>1×€20 en 8×€10</u>; <u>10×€10</u> $\Rightarrow$ 11 mogelijkheden.

sp\mu	**wel**	**niet**	
wel	8	10	**18**
niet	4	**10**	14
	12	20	**32**

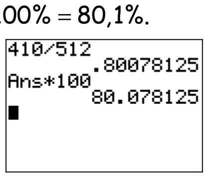
11 8 leerlingen die aan muziek én aan sport doen. (zie de tabel hiernaast)

12 15 leerlingen hebben voor beide een voldoende.

wi\en	**onvold.**	**vold.**	
onvold.	**4**	2	**6**
vold.	7	15	22
	11	17	**28**

13 410 zonder bekeuring $\Rightarrow \frac{410}{512} \times 100\% = 80{,}1\%$.

alc\techn	**goed**	**slecht**	
pos.	70	**6**	**76**
neg.	410	26	436
	480	**32**	**512**



14a $4 \times 3 \times 3 = 36$ mogelijkheden. 14b 2 (200m of 400m) $\times 2$ (niet kogel) $\times 1$ (volleybal) $= 4$ mogelijkheden.

15a AAA kan op $2 \times 4 \times 5 = 40$ manieren.

15b AAA of BBB of CCC kan op $2 \times 4 \times 5 + 2 \times 2 \times 3 + 1 \times 2 \times 0 = 40 + 12 + 0 = 52$ manieren.

15c AAC of ACA of CAA kan op $2 \times 4 \times 0 + 2 \times 2 \times 5 + 1 \times 4 \times 5 = 0 + 20 + 20 = 40$ manieren.

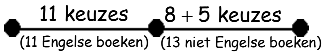
15d $\bar{B}\bar{B}\bar{B}$ kan op $3 \times 6 \times 5 = 90$ manieren. ($\bar{B}$ is een korte schrijfwijze voor: geen B)

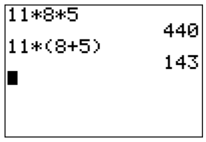
15e ge ge ge of gr gr gr of bl bl bl of ro ro ro kan op $1 \times 2 \times 2 + 1 \times 2 \times 2 + 1 \times 2 \times 2 + 2 \times 2 \times 2 = 4 + 4 + 4 + 8 = 20$ manieren.

15f gr gr ro of gr ro gr of ro gr gr kan op $1 \times 2 \times 2 + 1 \times 2 \times 2 + 2 \times 2 \times 2 = 4 + 4 + 8 = 16$ manieren.

16a E D F kan op $11 \times 8 \times 5 = 440$ manieren.

16b $E\,\bar{E}$ kan op $11 \times (8 + 5) = 143$ manieren.





17a vlees vlees vlees $\Rightarrow 4 \times 2 \times 5 = 40$ manieren.

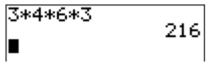
17b fruit fruit fruit $\Rightarrow 3 \times 2 \times 2 = 12$ manieren.

17c vlees vlees vlees of vis vis vis of fruit fruit fruit $\Rightarrow 4 \times 2 \times 5 + 3 \times 2 \times 4 + 3 \times 2 \times 2 = 40 + 24 + 12 = 76$ manieren.

17d vis fruit fruit $\Rightarrow 3 \times 2 \times 2 = 12$ manieren.

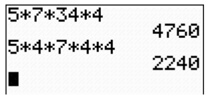
17e vis fruit fruit of fruit vis fruit of fruit fruit vis $\Rightarrow 3 \times 2 \times 2 + 3 \times 2 \times 2 + 3 \times 2 \times 4 = 12 + 12 + 24 = 48$ manieren.

18a $3 \times 4 \times 6 \times 3 = 216$. (bij de jasjes zijn 3 keuzes namelijk: het ene jasje, het andere jasje of geen jasje)



18b Een rok óf broek kan op $4 + 3 = 7$ manieren; blouse of trui OF blouse én trui kan op $(6 + 4) + 6 \times 4 = 34$ manieren.
Zij kan zich op $5 \times 7 \times 34 \times 4 = 4\,760$ manieren kleden.

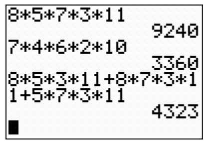
18c 5 (schoenen) $\times 4$ (rok) $\times 1$ (geen broek) $\times 7$ (blouse of geen blouse) $\times 4$ (coltrui) $\times 4$ (jas of geen jas) $= 2\,240$.



19a $8 \times 5 \times 7 \times 3 \times 11 = 9\,240$.

19b $7 \times 4 \times 6 \times 2 \times 10 = 3\,360$. (van elke paragraaf is 1 opgave reeds gebruikt)

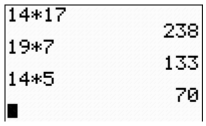
19c $8 \times 5 \times 3 \times 11$ (§1, §2, §4, §5) $+ 8 \times 7 \times 3 \times 11$ (§1, §3, §4, §5) $+ 5 \times 7 \times 3 \times 11$ (§2, §3, §4, §5) $= 4\,323$.

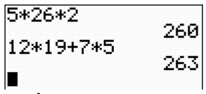


20a eerst een jongen en dan een meisje $\Rightarrow 14 \times 17 = 238$ manieren.

20b eerst iemand van 15 en dan iemand van 17 $\Rightarrow 19 \times 7 = 133$ manieren.

20c eerst een jongen en dan een meisje van 17 $\Rightarrow 14 \times 5 = 70$ manieren.





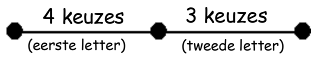
20d de eerste 16 en de tweede $\overline{16}$ of de eerste $\overline{16}$ en de tweede 16 $\Rightarrow 5 \times 26 + 26 \times 5 = 130 \times 2 = 260$ manieren.

20e eerst iemand van $\overline{15}$ en dan iemand van 15 of eerst iemand van 17 en dan van 16 $\Rightarrow 12 \times 19 + 7 \times 5 = 263$ manieren.

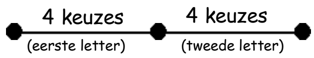
21a Hoeveel tweetallen zijn mogelijk als de eerste een meisje van 15 en tweede een jongen van 16?

21b En hoeveel tweetallen als er een jongen en een meisje gekozen worden van wie de een van 17 en de ander van 15?

22b
- de tweede letter een andere letter dan de eerste letter $\Rightarrow 4 \times 3 = 12$ codes.

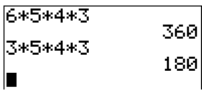


- de letters mogen gelijk zijn $\Rightarrow 4 \times 4 = 16$ codes.



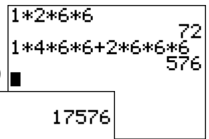
23a $6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$.

23b $3 \times 5 \times 4 \times 3 = 180$. (het eerste cijfer moet een 3, 4 of 5 zijn)

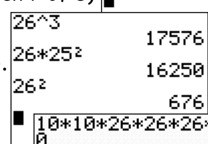


23c $1 \times 2 \times 6 \times 6 = 72$. (het eerste cijfer een 6 en het tweede cijfer een 5; daarna mag elk cijfer)

23d $1 \times 4 \times 6 \times 6 + 2 \times 6 \times 6 \times 6 = 576$. (eerst een 6 en als tweede cijfer minstens een 5 OF beginnend met een 7 of 8)

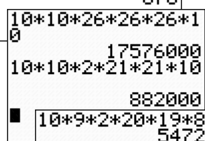


24a $26 \times 26 \times 26 = 17\,576$. 24b $26 \times 25 \times 25 = 16\,250$. 24c $1 \times 26 \times 26 = 676$.



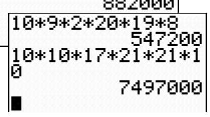
25a $10 \times 10 \times 26 \times 26 \times 26 \times 10 = 17\,576\,000$. (ons alfabet telt 26 letters)

25b $10 \times 10 \times 2 \times 21 \times 21 \times 10 = 882\,000$. (letters beginnen met een D of F; er zijn 5 klinkers: A, E, I, O en U)



25c $10 \times 9 \times 2 \times 20 \times 19 \times 8 = 547\,200$. (letters beginnen met een D of F en klinkers komen niet voor)

25d $10 \times 10 \times 17 \times 21 \times 21 \times 10 = 7\,497\,000$. (letters beginnen niet met een A, B, C, D, E, F, I, O of U)



26a $4\times4\times4\times...\times4=4^{10}=1048576$.

26b $4\times4\times4\times4\times4=4^5=1024$. (5 vragen gokken)

27a $4\times4\times4\times4\times4=1024$.

27b $1\times4\times4\times4\times4=256$. (codes beginnen met ♥)

27c $4\times3\times3\times3\times3=324$.

27d $1\times1\times1\times1\times3\times5=15$. (♣♣♣♣♣̄ of ♣♣♣♣̄♣ of ♣♣♣̄♣♣ of ♣♣̄♣♣♣ of ♣̄♣♣♣♣)

28a $15\times26\times25=9750$.

28b $15\times12\times11=1980$.

28c $15\times12\times25+12\times15\times25=9000$. (?mj of ?jm) (begin met drank, dan hapjes en tenslotte muziek)

29a $2\times2\times2\times...\times2=2^{25}=33554432$. (elk van de 25 hokjes kan al dan niet zwart zijn)

29b $\frac{33554432}{100}=335545$ (velletjes) $\Rightarrow 335545\times0{,}1=33554{,}5$ (mm $\approx 33{,}6$ m).

29c $2\times2\times2\times...\times2=2^9=512$. (elk van de 9 hokjes binnen de rand kan al dan niet zwart zijn)

30a $4\times3\times2\times1\times3\times2\times1=144$.

30b $4\times3\times3\times2\times2\times1\times1=144$. (kan alleen mjmjmjm zijn)

30c $1\times6\times5\times4\times3\times2\times1=720$. (er is maar één student Frans)

30d $5\times4\times3\times2\times1\times2\times1=240$. (de studenten economie als laatsten)

30e $3\times2\times5\times4\times3\times2\times1+2\times1\times5\times4\times3\times2\times1=960$. (p?????p of e?????e)
(begin met het aanwijzen van de eerste en laatste student en daarna pas de anderen)

30f $3\times4\times3\times4\times3\times2\times1+4\times3\times2\times4\times3\times2\times1=1440$. (jmm???? of mjj????)

31a
- $6\times5\times4=120$. (elke letter mag maar één keer worden gebruikt)
- $6\times6\times6=6^3=216$. (elke letter mag vaker worden gebruikt)

31b
- $6+6\cdot5+6\cdot5\cdot4+6\cdot5\cdot4\cdot3+6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2+6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=1956$.
- $6+6^2+6^3+6^4+6^5+6^6=55986$.

32a $3\times6\times6\times3\times3=972$. (begin met een 2, 3 of 4)

32b $6\times5\times4\times3\times1=360$.

32c Eerste cijfer een 5 en tweede cijfer een 6 of 7 (en bij de laatste twee cijfers geen 5)
OF eerste cijfer een 6 of 7 en bij de volgende twee geen 5
OF eerste cijfer een 6 of 7 en bij de volgende twee wel een 5.
$1\cdot2\cdot4\cdot2\cdot1+2\cdot4\cdot3\cdot3\cdot2+2\cdot1$ (de vijf) $\cdot4\cdot2\cdot1+2\cdot4\cdot1$ (de vijf) $\cdot2\cdot1=192$.

32d Bij de laatste twee cijfers geen 5 (bij de eerste drie cijfers al dan niet een 5)
OF bij de eerste drie cijfers geen 5 en bij de laatste twee cijfers wel (laatste twee cijfers dus 5 5̄ of 5̄ 5)
$6\cdot5\cdot4\cdot2\cdot1+5\cdot4\cdot3\cdot1\cdot2+5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=480$.

33a $12\cdot11\cdot10\cdot9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5=19958400$.

33b $12\cdot11\cdot11\cdot11\cdot11\cdot11\cdot11\cdot11=233846052$.

33c $12^8=429981696$.

33d $12\cdot11\cdot1\cdot1\cdot11\cdot1\cdot11\cdot11\cdot11=1932612$.
(12 mogelijkheden voor laag 2, 3 en 5)

34a Hoeveel vier-lettercodes zijn er als herhalingen zijn toegestaan?

34b Hoeveel drie-lettercodes zijn er met drie verschillende letters?

34c Hoeveel lettercodes zijn er van twee letters met verschillende letters
of met drie letters waarbij herhalingen zijn toegestaan?

34d Hoeveel drie-lettercodes zijn er als er geen gelijke letters naast elkaar mogen staan?

35a $10\cdot9\cdot8=720$.

35b $10\cdot9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=3628800$.

✳✳✳ **Neem GR - practicum 2A door.** (de uitwerkingen vind je op het laatste blad)

36 $12\,\text{nPr}\,5=95040$.

37 $14\,\text{nPr}\,10=3632428800$.

38a $4\,\text{nPr}\,4=4!=24$. (een pincode bestaat uit 4 cijfers)

38b $1\cdot3\,\text{nPr}\,3=1\cdot3!=3!=6$.

39a $6\times5\times4\times3\times2\times1=6!=720$ (volgordes) $\Rightarrow 6!\times6\times2=8640$ (sec = 144 min).

39b $8!=40\,320$ (volgordes) $\Rightarrow 8!\times8\times2=645120$ (sec = 179,2 uur).
(het klopt niet)

```
6!                720
Ans*6*2          8640
Ans/60            144
```

```
8!              40320
Ans*8*2        645120
Ans/60/60       179.2
```

40a $9\text{ nPr }9=9!=362\,880$. 40b $9\cdot8=9\text{ nPr }2=72$. 40c $9\text{ nPr }6=60\,480$.

```
9!             362880
9 nPr 2            72
9 nPr 6         60480
```

41a Hoeveel zes-lettercodes zijn er met zes verschillende letters? (uit de gegeven 6 letters)

41b Hoeveel drie-lettercodes zijn er met drie verschillende letters? (uit de gegeven 6 letters)

41c Hoeveel vier-lettercodes zijn er als herhalingen zijn toegestaan?

41d Hoeveel vier-lettercodes zijn er, waarbij de eerste letter een a of een b is en de andere letters moeten worden gekozen uit c, d, e en f waarbij herhalingen zijn toegestaan?

42a $8!=40\,320$.

42b Het aantal mogelijke rangschikkingen waarbij het pakketje wiskundeboeken als 1 telt is 4!
Maar binnen dat pakketje wiskundeboeken zijn er 5! mogelijke rangschikkingen.
Het totaal aantal is $4!\cdot5!=2\,880$.

```
8!              40320
4!*5!            2880
```

42c De twee pakketjes kunnen op 2 manieren gezet worden (eerst de scheikundeboeken en dan de wiskundeboeken of omgekeerd)
Binnen het pakketje wiskundeboeken zijn er 5! mogelijke rangschikkingen en
binnen het pakketje scheikundeboeken zijn er 3! mogelijke volgorden $\Rightarrow 2\cdot5!\cdot3!=1\,440$.

```
2*5!*3!
                 1440
```

43a Kies eerst een klassiek stuk en dan een hedendaags stuk om mee te eindigen.
Aantal $=3$ (klassiek aan begin) $\cdot\,2$ (klassiek aan eind) $\cdot\,7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=6\cdot7!=30\,240$.

```
6*7!            30240
```

43b Neem eerst de vier romantische stukken als één pakket (met 4! rangschikkingen).
Aantal $=6!\cdot4!=17\,280$.

43c $\bar{r}r\bar{r}r\bar{r}r\bar{r}r\bar{r}\Rightarrow$ Aantal $=5\cdot4\cdot4\cdot3\cdot3\cdot2\cdot2\cdot1\cdot1=5!\cdot4!=2\,880$.

43d [kkk] [rrrr] [hh] als 3 pakketjes kan al op 3! manieren $\Rightarrow$ Aantal $=3!\cdot3!\cdot4!\cdot2!=1728$.

```
6!*4!           17280
5!*4!            2880
3!*3!*4!*2!      1728
```

44a DOP DPO OPD ODP PDO POD. 44b POP PPO OPP.

44c Verander je de D van DOP in een P, dan worden DOP en POD in 44a beide POP.

45a $\dfrac{10!}{4!}=151200$. (dubbele eruit delen)

45b $\dfrac{11!}{2!\cdot2!\cdot2!\cdot2!}=2\,494\,800$.

```
10!/4!                 151200
11!/2!/2!/2!/2!
                      2494800
```

45c $\dfrac{16!}{3!\cdot5!\cdot2!\cdot2!\cdot2!}=3\,632\,428\,800$.

45d $\dfrac{11!}{4!\cdot4!\cdot2!}=34\,650$.

```
16!/3!/5!/2!^3
                   3632428800
11!/4!²/2!
                        34650
```

46 $\dfrac{10!}{4!\cdot3!\cdot3!}=4\,200$.

```
10!/4!/3!²       4200
```

47a $4\times3=4\text{ nPr }2=12$.

```
4 nPr 2            12
```

47b De helft van 12, dus 6.

```
4 nPr 2            12
Ans/2!              6
4 nCr 2             6
```

*** **Neem GR - practicum 2B door.** (de uitwerkingen vind je op het laatste blad)

48a Combinaties. (het gaat om een zestal leerlingen, zonder verdere rangschikking)

48b Permutaties. (het gaat om een drietal prijzen met een rangschikking, namelijk 1e, 2e en 3e prijs)

48c Combinaties. (het gaat om een vijftal kaartjes, zonder verdere rangschikking)

48d Combinaties. (het gaat om een vijftal leraren, zonder verdere rangschikking)

48e Permutaties. (het gaat om een drietal nummers met een rangschikking, namelijk 1e, 2e en 3e plaats)

49a $\binom{18}{4}=18\text{ nCr }4=3\,060$.

49b $\binom{45}{6}=45\text{ nCr }6=8\,145\,060$.

```
18 nCr 4             3060
45 nCr 6          8145060
```

49c $\binom{20}{5}=20\text{ nCr }5=15\,504$.

49d $\binom{18}{2}=18\text{ nCr }2=153$.

```
20 nCr 5            15504
18 nCr 2              153
```

49e $16\cdot15=240$.

```
16*15                 240
16 nPr 2              240
```

50a $\binom{12}{3}=220$.

50b $\binom{10}{5}=252$.

50c $12\cdot10\cdot7=840$.

```
12 nCr 3              220
10 nCr 5              252
12*10*7               840
```

50d $29\cdot28\cdot27\cdot26\cdot25=29\text{ nPr }5=14\,250\,600$.

50e $9!$ (7 Ned. cd's en 2 pakketten) $\cdot\,12!\cdot10!\approx6{,}3\cdot10^{20}$.

50f $\binom{7}{3}=35$.

```
29 nPr 5
                 14250600
9!*12!*10!
           6.307583811E20
7 nCr 3                35
```

51a $\binom{15}{5} = 3\,003.$

51b $\binom{13}{5} = 1\,287,$ dus het aantal vermindert met $3\,003 - 1\,287 = 1\,716.$

52a $\binom{28}{8} = 3\,108\,105.$

52b $8 \text{ nPr } 8 = 8! = 40\,320.$

52c $\binom{8}{5} = 56.$

52d $\binom{20}{6} = 38\,760.$

53a Een negenhoek heeft 9 zijden; de hoekpunten hebben $\binom{9}{2} = 36$ verbindingslijnstukjes $\Rightarrow 36 - 9 = 27$ diagonalen.

53b In een negenhoek zijn $\binom{9}{3} = 84$ driehoeken te maken (aantal drietallen uit 9 hoekpunten).

53c Het aantal diagonalen in een n-hoek is $\binom{n}{2} - n.$

54a $\binom{60}{5} = 5\,461\,512.$

54b $\binom{40}{4} = 91\,390.$

54c $\binom{60}{5} \cdot \binom{40}{4} \approx 4{,}99 \times 10^{11}$ (499 miljard).

55a $\binom{6}{3} \cdot \binom{9}{3} = 1\,680.$

55b $\binom{6}{6} = 1.$ (een zestal uit 6 jongens)

55c $\binom{6}{6} + \binom{6}{5} \cdot \binom{9}{1} = 55.$ (geen meisje en dus 6 jongens of 1 meisje en 5 jongens)

55d $\binom{6}{5} \cdot \binom{9}{1} + \binom{6}{6} = 55.$ (5 jongens en dus 1 meisje of 6 jongens en geen meisje)

56a $\binom{3}{1} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{5}{2} = 180.$

56b $\binom{5}{4} \cdot \binom{7}{1} + \binom{5}{5} = 36.$

56c $\binom{8}{5} + \binom{8}{4} \cdot \binom{4}{1} = 336.$

56d $\binom{7}{5} = 21.$

57a $\binom{60}{4} = 487\,635.$

57b $\binom{54}{4} = 316\,251.$

57c $\binom{6}{2} \cdot \binom{54}{2} + \binom{6}{3} \cdot \binom{54}{1} + \binom{6}{4} = 22\,560.$

58a $\binom{36}{8} = 30\,260\,340.$

58b $\binom{36}{4} \cdot \binom{33}{4} = 2\,410\,392\,600.$

58c $\binom{20}{2} \cdot \binom{36}{5} \cdot \binom{13}{1} = 931\,170\,240.$

58d $\binom{36}{7} \cdot \binom{33}{1} + \binom{36}{8} = 305\,733\,780.$

58e $\binom{16}{2} \cdot \binom{53}{6} = 2\,754\,897\,600.$

59a $\binom{44}{6} = 7\,059\,052$ (mogelijke combinaties). Nee, het scheelt $7\,059\,052 - 5\,000\,000 = 2\,059\,052.$

59b Uit te keren over een periode van 20 jaar: $\frac{2}{3} \times 27\,000\,000 = 18\,000\,000$ (\$).
Winst: $18\,000\,000 - 5\,000\,000$ (kosten van 5 miljoen formulieren) $= 13\,000\,000$ (\$).
20 jaar heeft 240 maanden $\Rightarrow$ winst per maand per deelnemer is (20 jaar lang) $\frac{13\,000\,000}{20 \cdot 12 \cdot 2500} = 21{,}67$ (\$).

60a Hoeveel volgordes zijn mogelijk met 7 verschillende dingen?

60b Op hoeveel manieren kun je 3 van de 7 vakjes zwart maken?

60c Op hoeveel manieren kun je één jongen en één meisje kiezen uit een groep van 7 jongens en 3 meisjes?

60d Hoeveel drie-lettercodes zijn er te maken met de letters a, b, c, d, e, f en g
waarbij iedere letter meerdere keren mag voorkomen?

60e Op hoeveel manieren kun je 7 drie-keuzevragen beantwoorden?

60f Op hoeveel manieren kun je een voorzitter, een secretaris en een penningmeester kiezen uit 7 mensen?

61a $\binom{17}{0} = 1,$ $\binom{17}{1} = 17,$ $\binom{17}{16} = 17$ en $\binom{17}{17} = 1.$

61c $\binom{n}{0} = 1,$ $\binom{n}{1} = n,$ $\binom{n}{n-1} = n$ en $\binom{n}{n} = 1.$

61b Je kunt op één manier 0 personen kiezen (dus 17 personen niet kiezen) uit een groep van 17,
je kunt op 17 manieren 1 persoon kiezen uit een groep van 17,
je kunt op 17 manieren 16 personen kiezen (dus 1 persoon niet kiezen) uit een groep van 17 en
je kunt op één manier 17 personen kiezen uit een groep van 17.

62a $\binom{20}{5}\cdot\binom{15}{5}\cdot\binom{10}{5}\cdot\binom{5}{5}\approx 1{,}2\times 10^{10}$.
```
20 nCr 5*15 nCr
5*10 nCr 5*5 nCr
 5
   1.173274502E10
```

62b $\binom{30}{6}\cdot\binom{24}{6}\cdot\binom{18}{6}\cdot\binom{12}{6}\cdot\binom{6}{6}\approx 1{,}4\times 10^{18}$.
```
30 nCr 6*24 nCr
6*18 nCr 6*12 nC
r 6*6 nCr 6
   1.370874168E18
```

62c $\binom{8}{2}\cdot\binom{6}{3}\cdot\binom{3}{3}=\binom{8}{2}\cdot\binom{6}{3}=560$.
```
8 nCr 2*6 nCr 3*
3 nCr 3
              560
8 nCr 2*6 nCr 3
              560
```

63 $\binom{10}{1}\cdot\binom{9}{3}\cdot\binom{6}{6}=\binom{10}{1}\cdot\binom{9}{3}=840$.
```
10 nCr 1*9 nCr 3
*6 nCr 6
              840
10 nCr 1*9 nCr 3
              840
```

64 Noem de groepen A, B en C. Dan een woord van 12 letters, waarvan 3 A's, 4 B's en 5 C's $\Rightarrow$ aantal $=\frac{12!}{3!\cdot 4!\cdot 5!}$.

65a Combinaties, de volgorde waarin de groene vierkantjes gekozen worden is niet van belang.

65b $\binom{6}{2}=15$.
```
6 nCr 2
               15
```

66a $2^{10}=1024$.
```
2^10
             1024
10 nCr 8
               45
```

66b $\binom{10}{8}=45$.

66c $\binom{10}{5}=252$.
```
10 nCr 5
              252
2^8
              256
```

66d $1\cdot 1\cdot 2^8=2^8=256$.

66e $1\cdot\binom{8}{3}\cdot 1=\binom{8}{3}=56$.
```
8 nCr 3
               56
```

67a $2^{20}=1\,048\,576$.
```
2^20
          1048576
20 nCr 15
            15504
```

67b $\binom{20}{15}=15\,504$.

67c Minstens 80% van de 20 vragen, dus minstens 16 vragen.
Dus $\binom{20}{16}+\binom{20}{17}+\binom{20}{18}+\binom{20}{19}+\binom{20}{20}=6196$ mogelijkheden.
Dat is in $\frac{6196}{1048576}\times 100\%\approx 0{,}6\%$ van alle mogelijkheden.
```
20 nCr 16+20 nCr
 17+20 nCr 18+20
 nCr 19+20 nCr 2
0
             6196
Ans/1048576*100
     .5908966064
```

68a $2^{19}=524\,288$.
```
2^19
           524288
19 nCr 5
            11628
```

68b $\binom{19}{5}=11\,628$.

68c $\binom{19}{0}+\binom{19}{1}+\binom{19}{2}=1+19+\binom{19}{2}=191$.

68d $2^{16}=65\,536$. (de andere 16 aan of uit)
```
19 nCr 0+19 nCr
1+19 nCr 2
              191
1+19+19 nCr 2
              191
2^16
            65536
```

69a $\binom{12}{5}=792$.
```
12 nCr 5
              792
12 nCr 4*8 nCr 5
*3 nCr 3
            27720
```

69b $\binom{12}{4}\cdot\binom{8}{5}\cdot\binom{3}{3}=27\,720$.

69c $\binom{12}{3}\cdot\binom{9}{4}\cdot\binom{5}{2}\cdot\binom{3}{3}=277\,200$.
```
12 nCr 3*9 nCr 4
*5 nCr 2*3 nCr 3
           277200
```

70a $\binom{9}{0}+\binom{9}{1}+\binom{9}{2}+\binom{9}{3}+\binom{9}{4}+\binom{9}{5}+\binom{9}{6}+\binom{9}{7}+\binom{9}{8}+\binom{9}{9}=2^9$.
$\binom{9}{0}+\binom{9}{1}+\binom{9}{2}+\binom{9}{3}+\binom{9}{4}+\binom{9}{4}+\binom{9}{3}+\binom{9}{2}+\binom{9}{1}+\binom{9}{0}=2^9\Rightarrow\binom{9}{0}+\binom{9}{1}+\binom{9}{2}+\binom{9}{3}+\binom{9}{4}=\frac{2^9}{2}=2^8=256$.
```
2^9/2
              256
```

70b $\binom{10}{0}+\binom{10}{1}+\binom{10}{2}+\binom{10}{3}+\binom{10}{4}+\binom{10}{5}+\binom{10}{6}+\binom{10}{7}+\binom{10}{8}+\binom{10}{9}+\binom{10}{10}=2^{10}$.
```
2^10-10 nCr 5
              772
Ans/2
              386
```
$\binom{10}{10}+\binom{10}{9}+\binom{10}{8}+\binom{10}{7}+\binom{10}{6}+\binom{10}{5}+\binom{10}{6}+\binom{10}{7}+\binom{10}{8}+\binom{10}{9}+\binom{10}{10}=2^{10}\Rightarrow\binom{10}{6}+\binom{10}{7}+\binom{10}{8}+\binom{10}{9}+\binom{10}{10}=\frac{2^{10}-\binom{10}{5}}{2}=386$.

70c $\binom{14}{0}+\binom{14}{1}+\binom{14}{2}+\binom{14}{3}+\binom{14}{4}+\binom{14}{5}+\binom{14}{6}+\binom{14}{7}+\binom{14}{8}+\binom{14}{9}+\binom{14}{10}+\binom{14}{11}+\binom{14}{12}+\binom{14}{13}+\binom{14}{14}=2^{14}$.
```
2^14-1-1
            16382
```
$\binom{14}{1}+\binom{14}{2}+\binom{14}{3}+\binom{14}{4}+\binom{14}{5}+\binom{14}{6}+\binom{14}{7}+\binom{14}{8}+\binom{14}{9}+\binom{14}{10}+\binom{14}{11}+\binom{14}{12}+\binom{14}{13}=2^{14}-\binom{14}{0}-\binom{14}{14}=2^{14}-1-1=16\,382$.

71a $\binom{25}{0}+\binom{25}{1}+\binom{25}{2}+\binom{25}{3}+\binom{25}{4}+\binom{25}{5}+\binom{25}{6}+\binom{25}{7}+\binom{25}{8}+\binom{25}{9}+\binom{25}{10}+\binom{25}{11}+\binom{25}{12}=\frac{2^{25}}{2}=2^{24}=16\,777\,216$.

71b $\binom{25}{14}+\binom{25}{15}+\binom{25}{16}+\binom{25}{17}+\binom{25}{18}+\binom{25}{19}+\binom{25}{20}+\binom{25}{21}+\binom{25}{22}+\binom{25}{23}+\binom{25}{24}+\binom{25}{25}=\frac{2^{25}}{2}-\binom{25}{13}=11\,576\,916$.

71c $2^{25}-\binom{25}{0}-\binom{25}{25}=2^{25}-1-1=33\,554\,430$.
```
2^25/2
         16777216
2^25/2-25 nCr 13
         11576916
2^25-1-1
         33554430
```

72a Bijvoorbeeld: NNNNOOOO en NNNONOOO.

72b NOONNNOO wel, maar NNOONNONO (5 letters N) niet.

72c Totaal 8 letters waarvan 4 de letter N.

72d $\binom{8}{4}=70$.
```
8 nCr 4
               70
```

73a $\binom{14}{8}=3003$.

73b $\binom{8}{3}\cdot\binom{4}{3}\cdot\binom{5}{2}=2240$.

73c $\binom{7}{3}\cdot\binom{8}{5}=1960$.
```
14 nCr 8
             3003
8 nCr 3*4 nCr 3*
5 nCr 2
             2240
7 nCr 3*8 nCr 5
             1960
```

74a $\binom{5}{3}\cdot\binom{6}{3}\cdot\binom{8}{3}=11\,200$.

74b $\binom{4}{2}\cdot\binom{2}{1}\cdot\binom{9}{3}\cdot\binom{2}{1}=2016$.
```
5 nCr 3*6 nCr 3*
8 nCr 3
            11200
4 nCr 2*2 nCr 1*
9 nCr 3*2 nCr 1
             2016
```

75a Alleen rechtstreeks van P naar Q.
Aantal routes van A naar $B = \binom{4}{2} \cdot 1 \cdot \binom{4}{2} = 36$.

75b Aantal routes van A naar B
$= 2 \times$ aantal routes via de linkerkant
$= 2 \cdot 1 \cdot \binom{5}{3} \cdot 1 \cdot \binom{5}{2} = 200$.

```
4 nCr 2*1*4 nCr
2
                36
2*1*5 nCr 3*1*5
nCr 2
               200
```

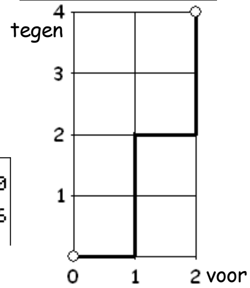
76a $\binom{12}{4} \cdot \binom{15}{3} = 225\,225$.

```
12 nCr 4*15 nCr
3
            225225
```

76b $\binom{12}{4} \cdot 1 \cdot \binom{10}{4} = 103\,950$.

```
12 nCr 4*1*10 nC
r 4
            103950
```

77a Zie het rooster hiernaast.



77b $\binom{6}{4} = 15$.

```
6 nCr 4
                15
```

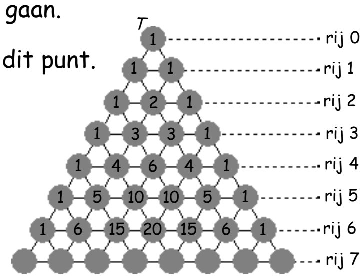
77c $\binom{4}{1} \cdot \binom{5}{3} = 40$. (na rust is de score 2-3)

77d $\binom{4}{0} + \binom{4}{1} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3} + \binom{4}{4} = 2^4 = 16$.

```
4*5 nCr 3
                40
2^4
                16
```

78a Om van T in A te komen moet je 6 wegen doorlopen waarvan twee wegen naar rechts gaan.

78b Om in het punt linksonder te komen, moet je 0 keer naar rechts, dus $\binom{6}{0}$ routes naar dit punt.
Zo zijn er $\binom{6}{1}$ routes naar het punt ernaast, $\binom{6}{2}$ routes naar A, enz.
Op de zesde rij staan dus de getallen $\binom{6}{0}$, $\binom{6}{1}$, $\binom{6}{2}$, $\binom{6}{3}$, $\binom{6}{4}$, $\binom{6}{5}$ en $\binom{6}{6}$.
De som van deze getallen is $1 + 6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1 = 2^6 = 64$.



78c Zie de figuur hiernaast.

78d De getallen op de zevende rij: 1; $1 + 6 = 7$; $6 + 15 = 21$; $15 + 20 = 35$; $20 + 15 = 35$; $15 + 6 = 21$; $6 + 1 = 7$ en 1.
Op de achtste rij: 1; $1 + 7 = 8$; $7 + 21 = 28$; $21 + 35 = 56$; $35 + 35 = 70$; $35 + 21 = 56$; $21 + 7 = 28$; $7 + 1 = 8$ en 1.

78e $\binom{10}{0} + \binom{10}{1} + \binom{10}{2} + \binom{10}{3} + \binom{10}{4} + \binom{10}{5} + \binom{10}{6} + \binom{10}{7} + \binom{10}{8} + \binom{10}{9} + \binom{10}{10} = 2^{10} = 1024$.

79a $\binom{10}{3} = 120$.

```
10 nCr 3
               120
```

79b $\binom{10}{9} = 10$.

```
10 nCr 9
                10
```

79c $2^{10} = 1024$.

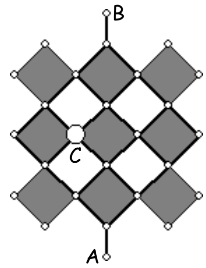
```
2^10
              1024
```

79d Van S naar Y zijn er $\binom{5}{3} = 10$ en van Y naar het strand zijn er $2^5 = 32$.
Dus er zijn $10 \times 32 = 320$ routes van S via Y naar het strand.

```
5 nCr 3
                10
2^5
                32
10*32
```

80a Vervang de kwartbogen door rechte lijnstukjes. Je loopt dan in het rooster hiernaast.
Het aantal kortste routes van A naar B is $1 \cdot \binom{6}{3} \cdot 1 = \binom{6}{3} = 20$.

```
6 nCr 3
                20
```



80b Het aantal kortste routes van A via C naar B is $\binom{3}{1} \cdot \binom{3}{2} = 3 \cdot 3 = 9$.
Het aantal kortste routes van A naar B niet via C is dus 20 (zie 80a) $- 9$ (zie hierboven) $= 11$.

81a Elke kortste route van W naar D is goed $\Rightarrow \binom{8}{4} = 70$.

```
8 nCr 4
                70
```

81b Elke kortste route van G via een middelste E's naar de laatste E is goed $\Rightarrow \binom{5}{2} \cdot \binom{7}{3} \cdot 2 = 700$.

```
5 nCr 2*7 nCr 3*
2
               700
```

81c Denk een punt (P) achter de zin, daar kun je alleen komen vanaf een van de twee laatste S-en.
Elke kortste route van V via E en via een T naar de P is goed $\Rightarrow \binom{6}{3} \cdot \binom{3}{2} \cdot \binom{5}{2} \cdot 2 = 1200$.

```
6 nCr 3*3 nCr 2*
5 nCr 2*2
              1200
```

82a $(a+b)^4 = (a+b)(a+b)^3 = (a+b)(a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3)$
$= a^4 + 3a^3b + 3a^2b^2 + ab^3 + a^3b + 3a^2b^2 + 3ab^3 + b^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$.

82b
$(a+b)^1$ – – – – – – – – – – – – – – $\boxed{1}a + \boxed{1}b$
$(a+b)^2$ – – – – – – – – – – – $\boxed{1}a^2 + \boxed{2}ab + \boxed{1}b^2$
$(a+b)^3$ – – – – – – – – – $\boxed{1}a^3 + \boxed{3}a^2b + \boxed{3}ab^2 + \boxed{1}b^3$
$(a+b)^4$ – – – – – – $\boxed{1}a^4 + \boxed{4}a^3b + \boxed{6}a^2b^2 + \boxed{4}ab^3 + \boxed{1}b^4$
$(a+b)^5$ – – – – $\boxed{1}a^5 + \boxed{5}a^4b + \boxed{10}a^3b^2 + \boxed{10}ab^3 + \boxed{5}ab^4 + \boxed{1}b^5$

83a $(a+1)^5 = \binom{5}{0}\cdot a^5 + \binom{5}{1}\cdot a^4\cdot 1 + \binom{5}{2}\cdot a^3\cdot 1^2 + \binom{5}{3}\cdot a^2\cdot 1^3 + \binom{5}{4}\cdot a\cdot 1^4 + \binom{5}{5}\cdot 1^5$

$= a^5 + 5a^4 + 10a^3 + 10a^2 + 5a + 1.$

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=5 nCr X
\Y2=5 nCr X*1^X
\Y3=
```

X	Y1	Y2
0	1	1
1	5	5
2	10	10
3	10	10
4	5	5
5	1	1
6	0	0

X=0

83b $(a-2)^4 = \binom{4}{0}\cdot a^4 + \binom{4}{1}\cdot a^3\cdot(-2) + \binom{4}{2}\cdot a^2\cdot(-2)^2 + \binom{4}{3}\cdot a\cdot(-2)^3 + \binom{4}{4}\cdot(-2)^4$

$= a^4 - 8a^3 + 24a^2 - 32a + 16.$

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=4 nCr X
\Y2=4 nCr X*(-2)^X
\Y3=
```

X	Y1	Y2
0	1	1
1	4	-8
2	6	24
3	4	-32
4	1	16
5	0	0
6	0	0

X=0

83c $(2a+3)^5 = \binom{5}{0}\cdot(2a)^5 + \binom{5}{1}\cdot(2a)^4\cdot 3 + \binom{5}{2}\cdot(2a)^3\cdot 3^2 + \binom{5}{3}\cdot(2a)^2\cdot 3^3 + \binom{5}{4}\cdot(2a)\cdot 3^4 + \binom{5}{5}\cdot 3^5$

$= 32a^5 + 240a^4 + 720a^3 + 1080a^2 + 810a + 243.$

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=5 nCr X
\Y2=5 nCr X*2^(5-X)*3^X
\Y3=
```

X	Y1	Y2
0	1	32
1	5	240
2	10	720
3	10	1080
4	5	810
5	1	243
6	0	0

83d $(3a-1)^6 = \binom{6}{0}\cdot(3a)^6 + \binom{6}{1}\cdot(3a)^5\cdot(-1) + \binom{6}{2}\cdot(3a)^4\cdot(-1)^2 + \binom{6}{3}\cdot(3a)^3\cdot(-1)^3 + \binom{6}{4}\cdot(3a)^2\cdot(-1)^4$

$+ \binom{6}{5}\cdot(3a)\cdot(-1)^5 + \binom{6}{6}\cdot(-1)^6 = 729a^6 - 1458a^5 + 1215a^4 - 540a^3 + 135a^2 - 18a + 1.$

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=6 nCr X
\Y2=6 nCr X*(3)^(6-X)*(-1)^X
\Y3=
```

X	Y1	Y2
0	1	729
1	6	-1458
2	15	1215
3	20	-540
4	15	135
5	6	-18
6	1	1

X=0

84a $(a+b)^{15}$ heeft 16 termen met de coëfficiënten $\binom{15}{0}, \binom{15}{1}, \binom{15}{2}, \binom{15}{3}, \ldots \binom{15}{14}, \binom{15}{15}$.

84b De derde term van de herleiding van $(a+b)^{15}$ is $\binom{15}{2}\cdot a^{13}\cdot b^2 = 105a^{13}b^2$
en de dertiende term is $\binom{15}{12}\cdot a^3\cdot b^{12} = 455a^3b^{12}$.

```
15 nCr 2
                 105
15 nCr 12
                 455
```

85a De vierde term van de herleiding van $(p+q)^{20}$ is $\binom{20}{3}\cdot p^{17}\cdot q^3 = 1140p^{17}q^3$.

85b De zevende term van de herleiding van $(2p-q)^9$ is $\binom{9}{6}\cdot(2p)^3\cdot(-q)^6 = 672p^3q^6$.

```
20 nCr 3
                1140
9 nCr 6*2^3*(-1)^6
                 672
```

86a De term met x^8 in $(x^2+1)^8$ is $\binom{8}{4}\cdot(x^2)^4\cdot 1^4 = 70x^8$. Dus de coëfficiënt van x^8 is 70.

```
8 nCr 4*1^4
                  70
```

86b De term met x^8 in $(\frac{1}{2}x-2)^{11}$ is $\binom{11}{3}\cdot(\frac{1}{2}x)^8\cdot(-2)^3 = -5\frac{5}{32}x^8$. Dus de coëfficiënt van x^8 is $-5\frac{5}{32}$.

```
11 nCr 3*(1/2)^8*(-2)^3
            -5.15625
Ans+5▸Frac
               -5/32
```

87a $(1+1)^6 = \binom{6}{0}\cdot 1^6 + \binom{6}{1}\cdot 1^5\cdot 1 + \binom{6}{2}\cdot 1^4\cdot 1^2 + \binom{6}{3}\cdot 1^3\cdot 1^3 + \binom{6}{4}\cdot 1^2\cdot 1^4 + \binom{6}{5}\cdot 1\cdot 1^5 + \binom{6}{6}\cdot 1^6 = \binom{6}{0}+\binom{6}{1}+\binom{6}{2}+\binom{6}{3}+\binom{6}{4}+\binom{6}{5}+\binom{6}{6}$.

87b $(1+1)^6 = 2^6 = 64 \Rightarrow \binom{6}{0}+\binom{6}{1}+\binom{6}{2}+\binom{6}{3}+\binom{6}{4}+\binom{6}{5}+\binom{6}{6} = 64.$

```
2^6
                  64
```

Diagnostische toets

D1a 5 mogelijkheden om samen 8 te gooien.
(zie het eerste rooster hiernaast)

D1b 10 mogelijkheden om samen meer dan 8 te gooien.
(zie het eerste rooster hiernaast)

D1c 17 mogelijkheden waarbij het product van de ogen minder dan 10 is.
(zie het tweede rooster hiernaast)

6	7	8	9	10	11	12
5	6	7	8	9	10	11
4	5	6	7	8	9	10
3	4	5	6	7	8	9
2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7
+	1	2	3	4	5	6

6	6	12	18	24	30	36
5	5	10	15	20	25	30
4	4	8	12	16	20	24
3	3	6	9	12	15	18
2	2	4	6	8	10	12
1	1	2	3	4	5	6
×	1	2	3	4	5	6

D2a Uitschrijven: 111, 112, 121, 211, 113, 131, 311, 122, 212 en 221 $\Rightarrow$ 10 mogelijkheden.

D2b Uitschrijven: 114, 141, 411, 123, 132, 213, 231, 312, 321 en 222 $\Rightarrow$ 10 mogelijkheden.

va\mo	**wel**	**niet**	
wel	4	11	**15**
niet	16	**69**	85
	20	80	**100**

D3 Alleen de vader (zie het grijze vak in het rooster hiernaast) $\Rightarrow$ 11 eerstejaars studenten.

D4a $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 7 \text{ nPr } 5 = 2520$.

D4b $3 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 1080$. (als eerste cijfer alleen een 2, een 3 of een 4)

D4c $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^5 = 16\,807$.

```
7 nPr 5
                2520
3*6*5*4*3
                1080
7^5
               16807
```

D4d $1 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$ (getallen tussen 54000 en 60000) $+ 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$ (getallen boven 60000) $= 8\,918$.

```
5*7^3+3*7^4
                8918
```

D5a $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 8 \text{ nPr } 8 = 8! = 40\,320$. (deze opgave gaat over 8 verschillende fietsen)

D5b $6!$ (tel eerst de jongensfietsen als 1 pakket) $\cdot\, 3!$ (mogelijkheden met de 3 jongensfietsen) $= 4\,320$.

D5c $5 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4$ (zet eerst twee meisjesfietsen aan de buitenkant) $= 5 \cdot 4 \cdot 6! = 14\,400$.

```
8!
               40320
6!*3!
                4320
5*4*6!
               14400
```

D6a $\frac{7!}{2! \cdot 2!} = 1260$. (dubbele letters eruit delen)

D6b $\frac{8!}{3! \cdot 2!} = 3360$. (dubbele letters eruit delen)

```
7!/2!/2!
                1260
8!/3!/2!
                3360
```

D6c $\frac{10!}{2! \cdot 3!} = 302\,400$.

D6d $\frac{10!}{2! \cdot 4!} = 75\,600$.

```
10!/2!/3!
              302400
10!/2!/4!
               75600
```

D7a $\binom{6}{2} \cdot \binom{5}{1} \cdot \binom{3}{1} = 225$.

D7b $\binom{6}{2} \cdot \binom{8}{2} = 420$. (2 rode en 2 andere)

```
6 nCr 2*5*3
                 225
6 nCr 2*8 nCr 2
                 420
```

D7c $\binom{5}{3} \cdot \binom{9}{1} + \binom{5}{4} = 95$. (3 of 4 witte)

D7d $\binom{11}{4} = 330$. (4 niet zwarte)

```
5 nCr 3*9 nCr 1+
5 nCr 4
                  95
11 nCr 4
                 330
```

D8a $\binom{10}{4} \cdot \binom{6}{4} \cdot \binom{2}{2} = 3150$.

```
10 nCr 4*6 nCr 4
*2 nCr 2
                3150
10 nCr 4*6 nCr 4
                3150
```

D8b De verdelingen 6 6 8 en 6 7 7 kunnen elk op 3 manieren.

$3 \cdot \binom{20}{6} \cdot \binom{14}{6} \cdot \binom{8}{8} + 3 \cdot \binom{20}{6} \cdot \binom{14}{7} \cdot \binom{7}{7} = 748\,261\,800$.

```
20 nCr 6*14 nCr
6+20 nCr 6*14 nC
r 7
           249420600
Ans*3
           748261800
```

D9a $2^{16} = 65\,536$. (elk hokje al dan niet groen)

D9b $\binom{16}{8} = 12\,870$.

D9c $\binom{16}{14} + \binom{16}{15} + \binom{16}{16} = 137$.

```
2^16
               65536
16 nCr 8
               12870
16 nCr 14+16 nCr
 15+16 nCr 16
                 137
```

D10 $\binom{12}{1} + \binom{12}{2} + \binom{12}{3} + \ \ldots\ + \binom{12}{11} = 2^{12} - \binom{12}{0} - \binom{12}{12} = 2^{12} - 1 - 1 = 4\,094$.

```
2^12-1-1
                4094
```

D11a $\binom{11}{4} = 330$.

D11b $\binom{7}{2} \cdot \binom{4}{2} = 126$.

D11c $\binom{4}{1} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{4}{2} = 72$.

```
11 nCr 4
                 330
7 nCr 2*4 nCr 2
                 126
4 nCr 1*3 nCr 1*
4 nCr 2
                  72
```

D12 $\binom{4}{1}$(naar de linker S) $+ \binom{4}{2}$(naar de middelste S) $+ \binom{4}{3}$(naar de rechter S) $= 14$.

```
4 nCr 1+4 nCr 2+
4 nCr 3
                  14
```

D13a $(a-5)^4 = \binom{4}{0} \cdot a^4 + \binom{4}{1} \cdot a^3 \cdot (-5) + \binom{4}{2} \cdot a^2 \cdot (-5)^2 + \binom{4}{3} \cdot a \cdot (-5)^3 + \binom{4}{4} \cdot (-5)^4$

$= a^4 - 20a^3 + 150a^2 - 500a + 625$.

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=4 nCr X
\Y2=4 nCr X*(-5)
^X
\Y3=
\Y4=
\Y5=
\Y6=
```

X	Y1	Y2
0	1	1
1	4	-20
2	6	150
3	4	-500
4	1	625
5	0	0
6	0	0

X=0

D13b De derde term van $(2p-3)^3$ is $\binom{5}{2} \cdot (2p)^3 \cdot (-3)^2 = 720p^3$.

```
5 nCr 2*2^3*(-3)
2
                 720
```

Gemengde opgaven 1. Combinatoriek

	< 25	≥ 25	
vrouw	**174**	201	**375**
man	38	150	188
	212	351	**563**

G1a 150 mannen van 25 jaar en ouder.

G1b $\frac{201}{351} \times 100\% \approx 57{,}3\%$.

```
201/351*100
       57.26495726
```

G2a $\binom{6+14+5}{3} = \binom{25}{3} = 2\,300$.

G2b $\binom{14}{2} \cdot \binom{6+5+3}{1} + \binom{14}{3} = 1638$.

```
25 nCr 3
            2300
14 nCr 2*14 nCr
1+14 nCr 3
            1638
```

G2c $\binom{6}{1} \cdot \binom{14}{1} \cdot \binom{5}{1} + \binom{6}{1} \cdot \binom{14}{1} \cdot \binom{3}{1} + \binom{6}{1} \cdot \binom{5}{1} \cdot \binom{3}{1} + \binom{14}{1} \cdot \binom{5}{1} \cdot \binom{3}{1}$
$= 6 \cdot 14 \cdot 5 + 6 \cdot 14 \cdot 3 + 6 \cdot 5 \cdot 3 + 14 \cdot 5 \cdot 3 = 972$.

```
6*14*5+6*14*3+6*
5*3+14*5*3
             972
```

G3a $2^3 = 8$.

```
2^3
               8
2+2²+2^3+2^4
              30
```

G3b $2^1 + 2^2 + 2^3 + 2^4 = 30 \Rightarrow$ Ja, want ons alfabet bestaat uit 26 letters.

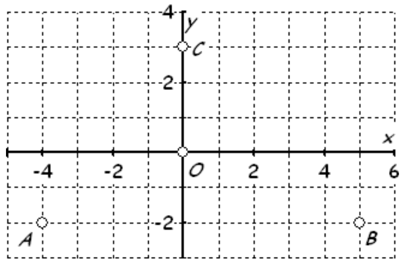
G4a Aantal routes $OBCAO = \binom{7}{2} \cdot \binom{10}{5} \cdot \binom{9}{5} \cdot \binom{6}{2} = 10\,001\,880$.

G4b Aantal routes $OABCO = \binom{6}{2} \cdot 1 \cdot \binom{10}{5} \cdot 1 = 3\,780$.

```
7 nCr 2*10 nCr 5
*9 nCr 5*6 nCr 2
        10001880
6 nCr 2*1*10 nCr
 5*1
            3780
```

G4c Aantal routes $OBCAO$ = aantal routes $OACBO = 10\,001\,880$.
Aantal routes $OABCO$ = aantal routes $OCBAO = 3\,780$.
Aantal routes $OBACO = \binom{7}{2} \cdot 1 \cdot \binom{9}{5} \cdot 1 = 2\,646$ = aantal routes $OCABO$.
Andere volgordes zijn er niet $\Rightarrow$ kleinst aantal routes bij $OBACO$ of $OCABO$.

```
7 nCr 2*1*9 nCr
5*1
            2646
```



G5a $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 8 \text{ nPr } 5 = 6\,720$.

G5b $8^5 = 32\,768$.

G5c $1 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 6 \text{ nPr } 3 = 120$.

```
8 nPr 5
            6720
8^5
           32768
6 nPr 3
             120
```

G6a $\binom{12}{3} \cdot \binom{9}{3} \cdot \binom{6}{3} \cdot \binom{3}{3} = 369\,600$.

```
12 nCr 3*9 nCr 3
*6 nCr 3*1
          369600
```

G6b $\binom{10}{1} \cdot \binom{9}{2} \cdot \binom{7}{3} \cdot \binom{4}{4} = 12\,600$.

```
10*9 nCr 2*7 nCr
 3*1
           12600
```

G7a $\frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = 560$. (dubbele eruit delen)

G7b $\binom{6}{4} \cdot \frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} = 37\,800$.

```
8!/3!/3!/2!
             560
6 nCr 4*8!/2!/2!
/2!/2!
           37800
```

G7c $6 \cdot \frac{8!}{3!} + \binom{6}{2} \cdot \frac{8!}{2! \cdot 2!} = 191\,520$.

```
6*8!/3!+6 nCr 2*
8!/2!/2!
          191520
```

Eén cijfer (hiervoor 6 mogelijkheden) komt drie keer voor
OF twee cijfers ($\binom{6}{2}$ mogelijkheden) komen elk twee keer voor.

G8a Kies eerst 6 landen (die de eerste thuiswedstrijd spelen) uit de 12 landen. Dat kan op $\binom{12}{6}$ manieren.
Kies uit de overgebleven 6 landen bij elk gekozen land een tegenstander. Dit kan op 6! manieren.
Er zijn $\binom{12}{6} \cdot 6! = 665\,280$ lotingen mogelijk.

```
12 nCr 6*6!
          665280
```

G8b Trekken uit bokaal III: 2^4 manieren. Trekken uit bokaal I: 4! manieren.
De eerste vier ronden uit bokaal II: $\binom{8}{4} \cdot 4!$ manieren. De vijfde en zesde ronde uit bokaal II: $\binom{4}{2} \cdot 2!$ manieren.
Totaal aantal lotingen: $2^4 \cdot 4! \cdot \binom{8}{4} \cdot 4! \cdot \binom{4}{2} \cdot 2! = 7\,741\,440$.

```
2^4*4!*8 nCr 4*4
!*4 nCr 2*2!
         7741440
```

G8c In de voorronden worden $6 \cdot 2 = 12$ wedstrijden gespeeld. In de poules worden $2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$ wedstrijden gespeeld.
De finale is één wedstrijd. Dus totaal bestaat het toernooi uit $12 + 12 + 1 = 25$ wedstrijden.

G9a $\binom{12}{5} = 792$.

```
12 nCr 5
             792
```

G9b $\binom{12}{5} \cdot 2^5 = 25\,344$.

```
12 nCr 5*2^5
           25344
```

G10a $\binom{12}{5} = 792$.

G10b $2^{12} = 4\,096$.

```
12 nCr 5
             792
2^12
            4096
```

G10c $\binom{4}{1} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{4}{3} = 96$.

G10d $\binom{4}{2} \cdot 2^8 = 1536$.

```
4 nCr 1*4 nCr 2*
4 nCr 3
              96
4 nCr 2*2^8
            1536
```

G11a $\frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!}$ of $\binom{8}{2} \cdot \binom{6}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{2}{2} = 2\,520$.

```
8!/2!/2!/2!/2!
            2520
```

G11b $\frac{14!}{5! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 4!}$ of $\binom{14}{5} \cdot \binom{9}{3} \cdot \binom{6}{2} \cdot \binom{4}{4} = 2\,522\,520$.

```
14!/5!/3!/2!/4!
         2522520
```

G12a $(2x - 3y)^5 = \binom{5}{0} \cdot (2x)^5 + \binom{5}{1} \cdot (2x)^4 \cdot (-3y) + \binom{5}{2} \cdot (2x)^3 \cdot (-3y)^2 + \binom{5}{3} \cdot (2x)^2 \cdot (-3y)^3 + \binom{5}{4} \cdot (2x) \cdot (-3y)^4 + \binom{5}{5} \cdot (-3y)^5$
$= 32x^5 - 240x^4y + 720x^3y^2 - 1080x^2y^3 + 810xy^4 - 243y^5$.

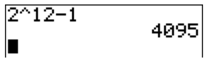
```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=5 nCr X
\Y2=5 nCr X*2^(5
-X)*(-3)^X
\Y3=
```

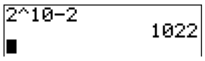
X	Y1	Y2
0	1	32
1	5	-240
2	10	720
3	10	-1080
4	5	810
5	1	-243
6	0	0

X=0

G12b De term met x^4y^6 in $(2x + 5y)^{10}$ is $\binom{10}{6} \cdot (2x)^4 \cdot (5y)^6 = 52\,500\,000x^4y^6$.
De coëfficiënt van x^4y^6 is dus 52 500 000.

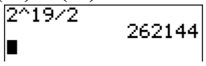
```
10 nCr 6*2^4*5^6
        52500000
```

G13a $\binom{13}{0}+\binom{13}{1}+\binom{13}{2}+\binom{13}{3}+\ldots+\binom{13}{6}=\frac{2^{13}}{2}=2^{12} \Rightarrow \binom{13}{1}+\binom{13}{2}+\binom{13}{3}+\ldots+\binom{13}{6}=2^{12}-\binom{13}{0}=2^{12}-1=4\,095.$ 

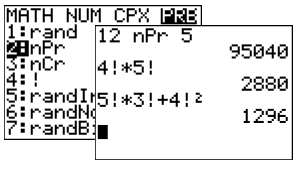
G13b $\binom{10}{1}+\binom{10}{2}+\binom{10}{3}+\ldots+\binom{10}{9}=2^{10}-\binom{10}{0}-\binom{10}{10}=2^{10}-2=1\,022.$ 

G13c $\binom{19}{0}+\binom{19}{2}+\binom{19}{4}+\binom{19}{6}+\binom{19}{8}+\ldots+\binom{19}{16}+\binom{19}{18}=\binom{19}{19}+\binom{19}{17}+\binom{19}{15}+\binom{19}{13}+\binom{19}{11}+\ldots+\binom{19}{3}+\binom{19}{1}.$

$\binom{19}{0}+\binom{19}{1}+\binom{19}{2}+\binom{19}{3}+\binom{19}{4}+\binom{19}{5}+\binom{19}{6}+\binom{19}{7}+\binom{19}{8}+\ldots+\binom{19}{16}+\binom{19}{17}+\binom{19}{18}+\binom{19}{19}=2^{19}.$

Dus $\binom{19}{0}+\binom{19}{2}+\binom{19}{4}+\binom{19}{6}+\binom{19}{8}+\ldots+\binom{19}{16}+\binom{19}{18}=\frac{2^{19}}{2}=2^{18}=262\,144.$ 

TI-84 **1A. Permutaties en faculteiten**



1a Het aantal permutaties van 5 uit 12 is 12nPr5 $=95\,040$.

1b $4!\cdot 5!=2\,880.$

1c $5!\cdot 3!+(4!)^2=1296.$

TI-84 **1B. Combinaties**

2a $\binom{6}{2}=15.$ 2b $\binom{6}{3}\cdot\binom{8}{4}=1\,400.$ 2c $\binom{5}{2}\cdot\binom{6}{3}+\binom{7}{4}=235.$