1a $P(\text{som}=6)=P(\underline{\underline{24}})+P(33)=\binom{2}{1}\cdot P(24)+P(33)=2\cdot\frac{2}{4}\cdot\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}=\frac{4}{16}+\frac{1}{16}=\frac{5}{16}.$

```
2 nCr 1
                2
2*2/4*1/4+1/4*1/
4▸Frac
             5/16
```

1b $P(\text{som}=10)=P(\underline{\underline{334}})+P(\underline{\underline{244}})=\binom{3}{2}\cdot P(334)+\binom{3}{1}\cdot P(244)=3\cdot\frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6}+3\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{2}{6}\cdot\frac{2}{6}=\frac{24}{216}+\frac{12}{216}=\frac{36}{216}=\frac{1}{6}.$

```
3 nCr 2
                3
3 nCr 1
                3
3*(2/6)^3+3*1/6*
(2/6)²▸Frac
              1/6
```

1c $T=$ het aantal keer 2 $\Rightarrow P(T\geq 3)=1-P(T\leq 2)=1-\text{binomcdf}(12,\frac{2}{4},2)\approx 0{,}981.$

```
1-binomcdf(12,2/
4,2)
      .9807128906
```

1d $P(\underline{\underline{24}})=P(24)+P(42)=\frac{2}{4}\cdot\frac{2}{6}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{6}=\frac{4}{24}+\frac{1}{24}=\frac{5}{24}.$

```
2/4*2/6+1/4*1/6▸
Frac
             5/24
```

1e $E=$ het aantal keer 1 $\Rightarrow P(E\geq 3)=1-P(E\leq 2)=1-\text{binomcdf}(n,\frac{1}{6},2)>0{,}85.$
$n=26$ (TABLE) $\Rightarrow P(E\geq 3)\approx 0{,}832$ en $n=27$ (TABLE) $\Rightarrow P(E\geq 3)\approx 0{,}851.$
Je moet dus minstens 27 keer draaien.

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1■1-binomcdf(X
,1/6,2)
\Y2■85/100
\Y3=
```

X	Y1	Y2
24	.78017	.85
25	.81131	.85
26	.83228	.85
27	.85121	.85
28	.86824	.85
29	.88353	.85
30	.89721	.85

Y1=.851205373297

1f $P(\underline{\underline{222334}})=\binom{6}{3}\cdot\binom{3}{2}\cdot\left(\frac{2}{4}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^2\cdot\frac{1}{4}\approx 0{,}117$ of $\frac{6!}{3!\cdot 2!}\cdot\left(\frac{2}{4}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^2\cdot\frac{1}{4}\approx 0{,}117.$

```
6 nCr 3*3 nCr 2*
(2/4)^3*(1/4)^3
         .1171875
6!/(3!*2!)*(2/4)
^3*(1/4)^3
         .1171875
```

1g $P(**\bar{4}444)=1\cdot 1\cdot\frac{4}{6}\cdot\left(\frac{2}{6}\right)^3\approx 0{,}025.$ (waarbij * staat voor "alles mag" en $\bar{4}$ voor "geen 4")

```
4/6*(2/6)^3
      .024691358
```

2a $P(\underline{\underline{rrr\bar{r}\bar{r}}})=\dfrac{\binom{7}{3}\cdot\binom{8}{2}}{\binom{15}{5}}\approx 0{,}326$ of $\binom{5}{3}\cdot\frac{7}{15}\cdot\frac{6}{14}\cdot\frac{5}{13}\cdot\frac{8}{12}\cdot\frac{7}{11}\approx 0{,}326.$

```
7 nCr 3*8 nCr 2/
15 nCr 5
      .3263403263
5 nCr 3*7*6*5*8*
7/15/14/13/12/11
      .3263403263
```

2b $P(\underline{\underline{rrrr\bar{r}\bar{r}\bar{r}\bar{r}}})=\binom{8}{4}\cdot\left(\frac{7}{15}\right)^4\cdot\left(\frac{8}{15}\right)^4\approx 0{,}269$ of $\text{binompdf}(8,\frac{7}{15},4)\approx 0{,}269.$

```
8 nCr 4*(7/15)^4
*(8/15)^4
      .2686087004
binompdf(8,7/15,
4)
      .2686087004
```

2c $P(\underline{\underline{rrrwwz}})=\dfrac{\binom{7}{3}\cdot\binom{5}{2}\cdot\binom{3}{1}}{\binom{15}{6}}\approx 0{,}210$ of $\binom{6}{3}\cdot\binom{3}{2}\cdot\frac{7}{15}\cdot\frac{6}{14}\cdot\frac{5}{13}\cdot\frac{5}{12}\cdot\frac{4}{11}\cdot\frac{3}{10}\approx 0{,}210.$

```
7 nCr 3*5 nCr 2*
3 nCr 1/15 nCr 6
      .2097902098
```

```
6 nCr 3*3 nCr 2*
7*6*5*5*4*3/15/1
4/13/12/11/10
      .2097902098
```

2d $P(\underline{\underline{rrrwwz}})=\binom{6}{3}\cdot\binom{3}{2}\cdot\left(\frac{7}{15}\right)^3\cdot\left(\frac{5}{15}\right)^2\cdot\frac{3}{15}\approx 0{,}136.$

```
6 nCr 3*3 nCr 2*
(7/15)^3*(5/15)^
2*3/15
      .1355061728
```

2e $P(\bar{r}\bar{r}\bar{r}\bar{r}r)=\frac{8}{15}\cdot\frac{7}{14}\cdot\frac{6}{13}\cdot\frac{5}{12}\cdot\frac{7}{11}\approx 0{,}033$ of $P(\bar{r}\bar{r}\bar{r}\bar{r}r)=P(\bar{r}\bar{r}\bar{r}\bar{r})\cdot P(r)=\dfrac{\binom{8}{4}}{\binom{15}{4}}\cdot\frac{7}{11}\approx 0{,}033.$

```
8*7*6*5*7/15/14/
13/12/11
      .0326340326
8 nCr 4/15 nCr 4
*7/11
      .0326340326
```

2f $P(\underline{\underline{rr\bar{r}\bar{r}\bar{r}\bar{r}}}r)=\binom{6}{2}\cdot\frac{7}{15}\cdot\frac{6}{14}\cdot\frac{8}{13}\cdot\frac{7}{12}\cdot\frac{6}{11}\cdot\frac{5}{10}\cdot\frac{5}{9}\approx 0{,}163$ of $P(\underline{\underline{rr\bar{r}\bar{r}\bar{r}\bar{r}}}r)=P(\underline{\underline{rr\bar{r}\bar{r}\bar{r}\bar{r}}})\cdot P(r)=\dfrac{\binom{7}{2}\cdot\binom{8}{4}}{\binom{15}{6}}\cdot\frac{5}{9}\approx 0{,}163.$

```
6 nCr 2*7*6*8*7*
6*5*5/15/14/13/1
2/11/10/9
      .1631701632
7 nCr 2*8 nCr 4/
15 nCr 6*5/9
      .1631701632
```

3a $P(zz)=\dfrac{\binom{6}{2}}{\binom{20}{2}}=\frac{3}{38}\approx 0{,}079$ of $\frac{6}{20}\cdot\frac{5}{19}=\frac{3}{38}\approx 0{,}079.$
$X=$ het aantal keer "2 zwart" $\Rightarrow P(X=3)=\text{binompdf}(10,\text{Ans},3)\approx 0{,}033.$

```
6 nCr 2/20 nCr 2
      .0789473684
binompdf(10,Ans,
3)
      .0332036139
```

```
6/20*5/19
      .0789473684
Ans▸Frac
             3/38
binompdf(10,3/38
,3)
      .0332036139
```

3b $P(\text{twee met dezelfde kleur})=P(ww)+P(zz)+P(bb)=\dfrac{\binom{5}{2}}{\binom{20}{2}}+\dfrac{\binom{6}{2}}{\binom{20}{2}}+\dfrac{\binom{9}{2}}{\binom{20}{2}}\approx 0{,}321$ of
$P(\text{twee met dezelfde kleur})=P(ww)+P(zz)+P(bb)=\frac{5}{20}\cdot\frac{4}{19}+\frac{6}{20}\cdot\frac{5}{19}+\frac{9}{20}\cdot\frac{8}{19}=\frac{61}{190}\approx 0{,}321.$
$Y=$ het aantal keer "2 met dezelfde kleur" $\Rightarrow P(Y>4)=1-P(Y\leq 4)=1-\text{binomcdf}(10,\text{Ans},4)\approx 0{,}189.$

```
(5 nCr 2+6 nCr 2
+9 nCr 2)/20 nCr
 2
      .3210526316
1-binomcdf(10,An
s,4)
      .1886829239
```

```
(5*4+6*5+9*8)/(2
0*19)▸Frac
           61/190
1-binomcdf(10,An
s,4)
      .1886829239
```

3c $P(\text{hoogstens 1 blauwe})=1-P(bb)=1-\dfrac{\binom{9}{2}}{\binom{20}{2}}\approx 0{,}811$ of $1-\frac{9}{20}\cdot\frac{8}{19}=\frac{77}{95}\approx 0{,}811.$
$B=$ het aantal keer "hoogstens één blauwe" $\Rightarrow P(B\geq 5)=1-P(B\leq 4)=1-\text{binomcdf}(10,\text{Ans},4)\approx 0{,}995.$

```
1-9 nCr 2/20 nCr
 2
      .8105263158
1-binomcdf(10,An
s,4)
      .9951945628
```

```
1-9/20*8/19▸Frac
            77/95
1-binomcdf(10,An
s,4)
      .9951945628
```

3d $P(s)=P(ww)=\dfrac{\binom{5}{2}}{\binom{20}{2}}\approx 0{,}053$ of $\frac{5}{20}\cdot\frac{4}{19}=\frac{1}{19}\approx 0{,}053.$ $P(\bar{s}\bar{s}\bar{s}s)=\left(\frac{18}{19}\right)^3\cdot\frac{1}{19}\approx 0{,}045.$

```
5 nCr 2/20 nCr 2
      .0526315789
Ans▸Frac
             1/19
(1-Ans)^3*Ans
      .0447510378
```

```
5/20*4/19
      .0526315789
Ans▸Frac
             1/19
(1-Ans)^3*Ans
      .0447510378
```

3e $P(\text{meer dan 3 keer pakken})=P(\bar{s}\bar{s}\bar{s})=\left(\frac{18}{19}\right)^3\approx 0{,}850.$

```
5/20*4/19
      .0526315789
(1-Ans)^3
      .8502697186
```

4a $P(R\geq 2)=1-P(T\leq 1)=1-\text{binomcdf}(5,0.80,1)\approx 0{,}993.$

```
1-binomcdf(5,0.8
,1)
           .99328
```

4b $P(\text{afwisselend raak en mis})=P(rmrmr)+P(mrmrm)=0{,}8^3\cdot 0{,}2^2+0{,}2^3\cdot 0{,}8^2\approx 0{,}026.$

```
0.8^3*0.2²+0.2^3
*0.8²
            .0256
```

4c $P(\text{twee keer achter elkaar raak en drie keer mis})=P(\underline{\underline{\boxed{rr}\,mmm}})=\binom{4}{1}\cdot 0{,}8^2\cdot 0{,}2^3\approx 0{,}020.$

```
4 nCr 1*0.8²*0.2
^3
           .02048
```

4d $P(\text{twee keer achter elkaar raak en drie keer mis}) = P(\underline{\underline{rmm}}\ \underline{\underline{rm}}) = \binom{3}{1}\cdot 0{,}8\cdot 0{,}2^2\cdot\binom{2}{1}\cdot 0{,}8\cdot 0{,}2 \approx 0{,}031.$

```
3 nCr 1*2 nCr 1*
0.8²*0.2^3
              .03072
```

4e M = het aantal keer mis $\Rightarrow P(M \le 2) = \text{binomcdf}(10, 0.15, 2) \approx 0{,}820.$

```
binomcdf(10,0.15
,2)
      .8201964804
```

5a $P(\text{Amerikanen in de middelste drie banen}) = \dfrac{\binom{3}{3}}{\binom{7}{3}} \approx 0{,}029.$

```
3 nCr 3/7 nCr 3
      .0285714286
```

5b $P(\text{één Duitser in een buitenbaan}) = \dfrac{\binom{2}{1}\cdot\binom{5}{1}}{\binom{7}{2}} \approx 0{,}476.$

```
2 nCr 1*5 nCr 1/
7 nCr 2
      .4761904762
```

5c $P(\text{tenminste één niet-Amerikaan in een buitenbaan}) = 1 - P(\text{geen niet-Amerikaan in een buitenbaan}) = 1 - \dfrac{\binom{3}{2}}{\binom{7}{2}} \approx 0{,}857.$

```
1-3 nCr 2/7 nCr
2
      .8571428571
```

6 $P(1\ 2\ 3) = \frac{1}{10}\cdot\frac{1}{9}\cdot\frac{1}{8} = \frac{1}{720}.$

```
10*9*8
                 720
```

7a $P(\text{baantje}) = P(B) = 0{,}60 \Rightarrow P(\text{geen baantje}) = P(\bar{B}) = 0{,}40;$
$P(\text{baantje van meer dan 12 uur/week}) = P(M) = \frac{3}{4}\times 0{,}60 = 0{,}45 \Rightarrow P(\text{kleinere baan}) = P(K) = \frac{1}{4}\times 0{,}60 = 0{,}15$
$P(\underline{\underline{\bar{B}\bar{B}\bar{B}MMMMMMMMMMMMKKKKK}}) = \binom{20}{3}\cdot\binom{17}{12}\cdot 0{,}40^3\cdot 0{,}45^{12}\cdot 0{,}15^5 \approx 0{,}002.$

```
20 nCr 3*17 nCr
12*0.4^3*0.45^12
*0.15^5
       .002363968
```

7b $P(\text{minstens vijf keer bellen}) = P(\text{eerste vier keer geen succes}) = P(\bar{K}\bar{K}\bar{K}\bar{K}) = 0{,}85^4 \approx 0{,}522.$

```
0.85^4
          .52200625
```

7c 28 leerlingen, waarvan 16 een baantje. 5 van deze 16 werken meer dan 12 uur $\Rightarrow$ 11 hebben een kleinere baan
$P(\text{vier keer bellen}) = P(\bar{K}\bar{K}\bar{K}K) = \dfrac{\binom{17}{3}}{\binom{28}{3}}\cdot\frac{11}{25} \approx 0{,}091$ of $P(\bar{K}\bar{K}\bar{K}K) = \frac{17}{28}\cdot\frac{16}{27}\cdot\frac{15}{26}\cdot\frac{11}{25} \approx 0{,}091.$

```
17 nCr 3/28 nCr
3*11/25
      .0913308913
17*16*15*11/28/2
7/26/25
      .0913308913
```

8a $P(\underline{\underline{1\,1\,1\,1\,2\,2\,2\,2\,3\,3\,3\,3\,4\,4\,4\,4}}) = \binom{16}{4}\cdot\binom{12}{4}\cdot\binom{8}{4}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{16} \approx 0{,}015$ of $\frac{16!}{4!\cdot 4!\cdot 4!\cdot 4!}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{16} \approx 0{,}015.$

```
16 nCr 4*12 nCr
4*8 nCr 4*(1/4)^
16
      .0146829989
16!/(4!*4!*4!*4!
)*(1/4)^16
      .0146829989
```

8b $P(\underline{\underline{2\,2\,2\,2\,2\,2\,3\,3\,3\,3\,a\,a\,a\,a\,a\,a}}) = \binom{16}{6}\cdot\binom{10}{4}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{10}\cdot\left(\frac{2}{4}\right)^6 \approx 0{,}025$ of $\frac{16!}{6!\cdot 4!\cdot 6!}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{10}\cdot\left(\frac{2}{4}\right)^6 \approx 0{,}025.$
(a staat voor iets anders dan een 2 of een 3)

```
16 nCr 6*10 nCr
4*(1/4)^10*(2/4)
^6
      .0250589848
16!/(6!*4!*6!)*(
1/4)^10*(2/4)^6
      .0250589848
```

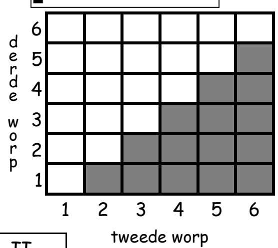
8c $P(\text{bij de tiende worp evenveel als bij de derde worp}) = \frac{1}{4} = 0{,}25.$

9a $P(\text{vier verschillende aantallen}) = 1\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{4} \approx 0{,}278.$

9b $P(\underline{\underline{6\ m\ m\ m\ m}}) = \binom{4}{1}\cdot\frac{1}{6}\cdot\left(\frac{3}{6}\right)^3 \approx 0{,}083.$ (m staat voor "minder dan 4 ogen")

9c $P(\text{bij de tweede worp meer dan bij de derde}) = \frac{15}{36} \approx 0{,}417$ (zie rooster hiernaast).

```
1*5/6*4/5*3/4
                  .5
4 nCr 1*1/6*(3/6
)^3
      .0833333333
15/36
      .4166666667
```



10a $P(rr) = \frac{6}{a}\cdot\frac{a}{24} = \frac{6\cancel{a}}{24\cancel{a}} = \frac{1}{4}.$

vaas	I	II
rood	6	a
zwart	$a-6$	$24-a$
totaal	a	24

10b $P(\underline{\underline{rz}}) = P(rz) + P(zr) = \frac{6}{a}\cdot\frac{24-a}{24} + \frac{a-6}{a}\cdot\frac{a}{24} = \frac{144-6a}{24a} + \frac{a^2-6a}{24a} = \frac{a^2-12a+144}{24a}.$

10c $P(\underline{\underline{rz}}) = \binom{2}{1}\cdot P(rz) = 2\cdot\frac{6}{a}\cdot\frac{a-6}{a-1} = \frac{2\cdot 6\cdot(a-6)}{a\cdot(a-1)} = \frac{12a-72}{a^2-a}.$

```
2 nCr 1
                   2
```

10d $P(\underline{\underline{rz}}) = \frac{12a-72}{a^2-a} > 0{,}4$ (bladeren door TABLE geeft)
8, 9, 10, 11, ... , 20, 21, 22 of 23 knikkers.

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=(12X-72)/(X²
-X)
\Y2=0.4
\Y3=
```

X	Y1	Y2
4	-2	.4
5	-.6	.4
6	0	.4
7	.28571	.4
8	.42857	.4
9	.5	.4
10	.53333	.4

X=10

X	Y1	Y2
19	.45614	.4
20	.44211	.4
21	.42857	.4
22	.41558	.4
23	.40316	.4
24	.3913	.4
25	.38	.4

X=25

11a E = het aantal dat met een 1 begint. (20% van 125 is $\frac{125}{5} = 25$)
$P(E < 25) = P(E \le 24) = \text{binomcdf}(125, 0.301, 24) \approx 0{,}004.$

```
binomcdf(125,30.
1/100,24)
      .0040152994
```

11b N = het aantal dat met een 9 begint. (10% van 80 is $\frac{80}{10} = 8$)
$P(N \ge 8) = 1 - P(N \le 7) = 1 - \text{binomcdf}(80, 0.046, 7) \approx 0{,}031.$

```
1-binomcdf(80,4.
6/100,7)
      .0307996572
```

11c Je verwacht dat (30,1% dus) $0{,}301\cdot 750 \approx 226$ aantallen met een 1 begint.
$P(E \le 189) = \text{binomcdf}(750, 0.301, 189) \approx 0{,}002.$
Er is aanleiding om aan fraude te denken, want de kans dat er 189 of minder met een 1 beginnen is heel erg klein.

```
binomcdf(750,30.
1/100,189)
      .0017018139
```

11d $P(\underline{\underline{1\,1\,1\,1\,2\,2\,2\,a\,a\,a\,a\,a}}) = \binom{12}{4}\cdot\binom{8}{3}\cdot 0{,}301^4\cdot 0{,}176^3\cdot 0{,}523^5 \approx 0{,}049$ of $\frac{12!}{4!\cdot 3!\cdot 5!}\cdot 0{,}301^4\cdot 0{,}176^3\cdot 0{,}523^5 \approx 0{,}049.$
(a staat voor een 3, 4, 5, 6, 7, 8 of 9)

```
30.1+17.6
                47.7
100-Ans
                52.3
```

```
12 nCr 4*8 nCr 3
*0.301^4*0.176^3
*0.523^5
      .0485406577
```

```
12!/4!/3!/5!*0.3
01^4*0.176^3*0.5
23^5
      .0485406577
```

12a Op de bovenste stippeltjes $P(\text{Sander pakt rood}) = P(r_S) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. Dus $\frac{1}{2}$.
Op de middelste stippeltjes $P(\text{Rob pakt wit}) = P(w_R) = \frac{2}{5}$. Dus $\frac{2}{5}$.
Op de onderste stippeltjes $P(\text{Sander pakt rood}) = P(r_S) = \frac{1}{4}$. Dus $\frac{1}{4}$.

12b $P(\text{Sander wint in 3 beurten}) = P(r_S\, w_R\, r_S) = \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{20} = 0{,}05$.

12c Het schema staat in figuur 14.3.

13a $P(\text{Anouk wint in eerste beurt}) = P(\text{Anouk pakt 3 keer rood}) = P(r_A\, r_A\, r_A) = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \approx 0{,}179$.

```
5*4*3/8/7/6
        .1785714286
```

13b $P(\text{Hinke wint bij het pakken van de vierde knikker}) = P(w_A\, r_H\, r_H\, r_H) = \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \approx 0{,}107$.

```
3*5*4*3/8/7/6/5
        .1071428571
```

13c $P(\text{Anouk wint bij het pakken van de vijfde knikker}) = P(w_A\, w_H\, r_A\, r_A\, r_A) + P(r_A\, w_A\, w_H\, r_A\, r_A) + P(r_A\, r_A\, w_A\, w_H\, r_A)$
$= \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \approx 0{,}161$.

```
3*2*5*4*3+5*3*2*
4*3+5*4*3*2*3
               1080
Ans/(8*7*6*5*4)
        .1607142857
```

14a $P(rrr) = \frac{5}{8} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{9}{12} \approx 0{,}328$.

```
5*7*9/8/10/12
            .328125
```

14b $P(\underline{\underline{ww}}r) = P(wwr) + P(wrw) + P(rww) = \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{10} \cdot \frac{5}{12} + \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{10} \cdot \frac{5}{12} + \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{12} \approx 0{,}234$.

```
(3*5*5+3*5*5+5*3
*5)/8/10/12
            .234375
3 nCr 2*3*5*5/8/
10/12
            .234375
```

15a $P(\text{Esther pakt twee rode kaarten}) = \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{2}{90} = \frac{1}{45}$.

15b $P(\text{Esther pakt twee kaarten van dezelfde kleur}) = P(rr) + P(bb) + P(ww) + P(gg) + P(zz)$
$= \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} + \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} + \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} + \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} + \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = 5 \cdot \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{10}{10} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{9}$.

15c $P(\text{Marleen wint}) = P(\text{Marleen pakt de tweede kaart wit}) = \frac{1}{3}$.

15d $P(\text{Marleen wint}) = P(gg) + P(ww) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

16a $P(EEEEE) = 0{,}6^5 \approx 0{,}078$.

```
0.6^5
             .07776
```

16b $P(\underline{\underline{EEBBBB}}B) = \binom{6}{2} \cdot 0{,}6^2 \cdot 0{,}4^4 \cdot 0{,}4 \approx 0{,}055$.

```
6 nCr 2*0.6²*0.4
^5
            .055296
```

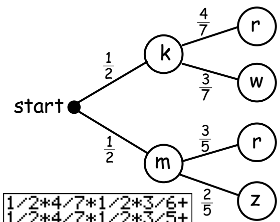
16c Dit betekent dat Eline de volgende drie rondes <u>moet</u> winnen met $P(\text{Eline wint alsnog}) = P(EEE) = 0{,}6^3 = 0{,}216$.

```
0.6^3
               .216
```

16d $P(\text{Eline wint alsnog}) = P(EEE) + P(\underline{\underline{BEE}}E) = 0{,}6^3 + \binom{3}{1} \cdot 0{,}4 \cdot 0{,}6^2 \cdot 0{,}6 \approx 0{,}475$.

```
0.6^3+3 nCr 1*0.
4*0.6^3
              .4752
```

17a Zie de kansboom (met de kansen) hiernaast.



17b $P(\text{Anton pakt zwart}) = P(mz) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = 0{,}2$.

17c $P(\text{Anton pakt rood}) = P(kr) + P(mr) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{7} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} \approx 0{,}586$.

```
1/2*4/7+1/2*3/5
        .5857142857
```

17d $P(\text{Anton pakt twee keer wit}) = P(kwkw) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{6} \approx 0{,}036$.

```
1/2*3/7*1/2*2/6
        .0357142857
```

17e $P(\text{Anton pakt twee keer rood}) = P(krkr) + P(krmr) + P(mrmr) + P(mrkr)$
$= \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{7} \approx 0{,}318$.

```
1/2*4/7*1/2*3/6+
1/2*4/7*1/2*3/5+
1/2*3/5*1/2*2/4+
1/2*3/5*1/2*4/7
        .3178571429
```

18a $P(\text{Evelien pakt de eerste keer rood}) = P(\text{I}r) + P(\text{II}r) = \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{7} + \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \approx 0{,}590$.

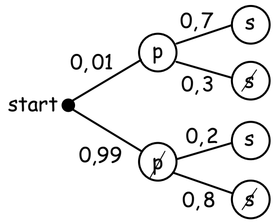
```
2/6*4/7+4/6*3/5
        .5904761905
Ans^3
        .2058766872
```

18b $P(\text{Evelien pakt drie keer rood}) = P(rrr) = \left(\frac{2}{6} \cdot \frac{4}{7} + \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5}\right)^3 \approx 0{,}206$.

18c $P(\text{Evelien pakt twee keer zwart}) = P(\text{II}z\text{II}z) = \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} \approx 0{,}071$.

```
4/6*2/5
        .2666666667
Ans²
        .0711111111
```

19a Zie de kansboom hiernaast.



19b $P(\text{Nederlander heeft spierpijnklachten}) = P(ps) + P(\bar{p}s) = 0{,}01 \cdot 0{,}7 + 0{,}99 \cdot 0{,}2 = 0{,}205$.

```
0.01*0.7+0.99*0.
2
               .205
```

19c $\text{Aantal} = 10\,000 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}7 = 70$.

19d $\text{Aantal} = 10\,000 \cdot 0{,}205 = 2\,050$.

```
10000*0.01*0.7
                 70
10000*0.205
               2050
```

19e $P(\text{persoon met spierpijnklachten heeft Parkinson}) = \frac{70}{2050} \approx 0{,}034$.

```
70/2050
        .0341463415
```

19f Van de personen die spierpijnklachten hebben, heeft maar een klein deel de ziekte van Parkinson. (zie 19e)

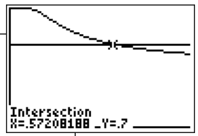
20a P(testresultaat negatief) $= P$(geen malaria en negatief) $+ P$(malaria en negatief) $= 0{,}94 \cdot 0{,}95 + 0{,}06 \cdot 0{,}20 = 0{,}905$.

20b P(testresultaat positief) $= 1 - 0{,}905 = 0{,}095$. Dus P(Marc is besmet) $= \frac{0{,}06 \cdot 0{,}80}{0{,}095} \approx 0{,}505$.

20c P(Sabine is niet besmet) $= \frac{0{,}94 \cdot 0{,}95}{0{,}905} \approx 0{,}987$.

21a normalcdf(100,10^{99},80,12) $\approx 0{,}048$.

25d normalcdf(-10^{99},2.1,1.8,σ) $= 0.7$
intersect geeft $\sigma \approx 0{,}57$.



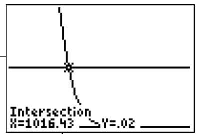
21b normalcdf(-10^{99},a,80,12) $= 0{,}35$ (intersect of)
$a =$ invNorm(0.35,80,12) $\approx 75{,}38$.

21c normalcdf(b,10^{99},80,12) $= 0{,}08$ (intersect of)
$b =$ invNorm(0.92,80,12) $\approx 96{,}86$.

22a normalcdf(1000,10^{99},1005,6) $\approx 0{,}798$. Dus 79,8%.

22b $1 -$ normalcdf(1001,1009,1005,6) $\approx 0{,}505$. Dus 50,5%.

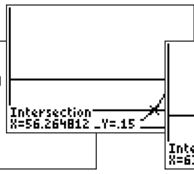
22c normalcdf(-10^{99},1000,μ,8) $= 0{,}02$ (intersect) $\Rightarrow \mu \approx 1016{,}4$ (gram).

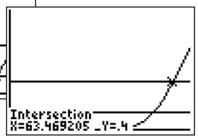


23a normalcdf(60,70,65.8,9.2) $\approx 0{,}412$. Dus 41,2%.

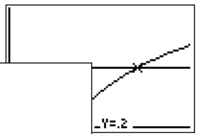
23b normalcdf(-10^{99},b,65.8,9.2) $= 0{,}15$ (intersect of)
$b =$ invNorm(0.15,65.8,9.2) $\approx 56{,}3$.
Dus tot de score 56,3 val je af.

23c normalcdf(-10^{99},c,65.8,9.2) $= 0{,}40$ (intersect of)
$c =$ invNorm(0.40,65.8,9.2) $\approx 63{,}5$.
Dus bij de scores van 56,3 tot 63,5 mag je herkansen.





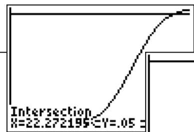
24a $\mu = \frac{28+40}{2} = \frac{68}{2} = 34$ (kg). (een normale verdeling is symmetrisch t.o.v. μ)
normalcdf(-10^{99},28,34,σ) $= 0{,}20$ (intersect) $\Rightarrow \sigma \approx 7{,}13$ (kg).

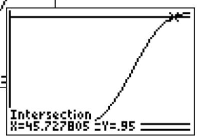


24b normalcdf(42.8,10^{99},34,7.13) $\approx 0{,}109$. Dus 10,9%.
(als $\sigma \approx 7{,}13$ niet gevonden is, neem dan $\sigma = 7{,}1$)

24c normalcdf(-10^{99},c,34,7.13) $= 0{,}05$ (intersect of)
$c =$ invNorm(0.05,34,7.13) $\approx 22{,}3$.
Dus tot 22,3 kg word je opgeroepen.

24d normalcdf(-10^{99},d,34,7.13) $= 0{,}95$ (intersect of)
$d =$ invNorm(0.95,34,7.13) $\approx 45{,}7$. Dus $P_{95} = 45{,}7$ kg.





25a P(kind zwaarder dan 42 kg) $=$ normalcdf(42,10^{99},34,7.13) $\approx 0{,}131$.

25b P(minstens één zwaarder dan 42 kg) $= 1 - P$(niemand zwaarder dan 42 kg) $= 1 - (1 - \text{Ans})^{10} \approx 0{,}754$.

25c P(kind lichter dan 32 kg) $=$ normalcdf(-10^{99},32,34,7.13) $\approx 0{,}389...$
C, het aantal kinderen lichter dan 32 kg, is binomiaal verdeeld met $n = 10$ en $p = 0{,}389...$
$P(C \geq 6) = 1 - P(C \leq 5) = 1 -$ binomcdf(10,0.389...,5) $\approx 0{,}149$.

26a A is het aantal instellingen dat langer dan 180 seconden (= 3 minuten) duurt.
$p =$ normalcdf(180,10^{99},160,15) $= 0{,}091...$ (2 minuten en 40 seconden = 160 seconden)
$P(A \geq 10) = 1 - P(A \leq 9) = 1 -$ binomcdf(80,p,9) $\approx 0{,}192$.

26b B is het aantal instellingen dat minder dan 150 seconden (= $2\frac{1}{2}$ minuut) duurt.
$p =$ normalcdf(-10^{99},150,160,15) $= 0{,}252...$
Dus naar verwachting duren $p \cdot 180 \approx 45$ handelingen minder dan $2\frac{1}{2}$ minuut.

26c C is het aantal instellingen dat meer dan 165 seconden (= 2 minuten en 45 seconden) duurt.
$p =$ normalcdf(165,10^{99},160,15) $= 0{,}369...$
$P(C \geq 5) = 1 - P(C \leq 4) = 1 -$ binomcdf(n,p,4) $> 0{,}99$ (n geheel $\Rightarrow$ TABLE) $\Rightarrow n \geq 28$.
De werknemer moet minstens 28 remmen instellen.

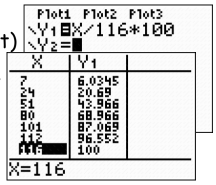
X	Y1	Y2
24	.97239	.99
25	.97961	.99
26	.98503	.99
27	.98907	.99
28	.99206	.99
29	.99426	.99
30	.99587	.99

X=28

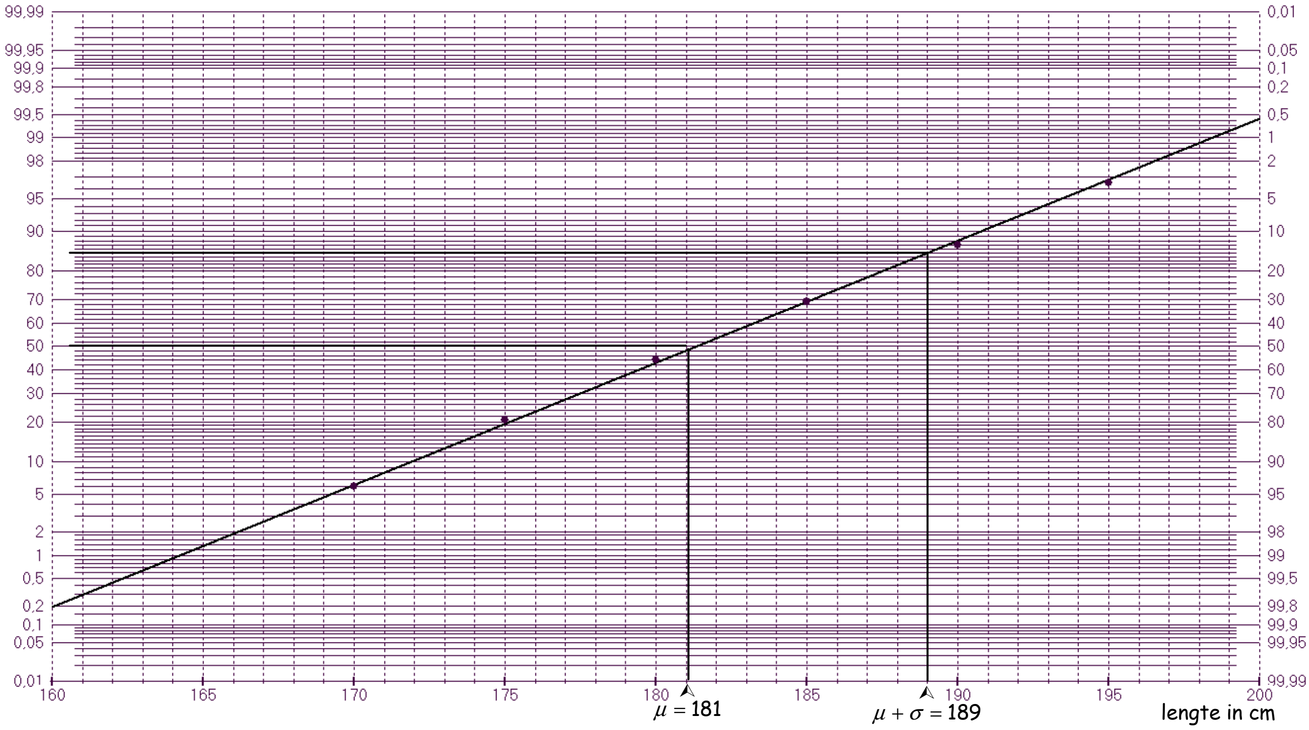
27a Vuistregel I: 68% van de waarnemingsgetallen ligt binnen één standaardafwijking van $\mu \Rightarrow a = 68$.
Vuistregel II: 95% van de waarnemingsgetallen ligt binnen twee standaardafwijkingen van $\mu \Rightarrow b = 95$.

27b $\mu = \frac{58+67}{2} = \frac{125}{2} = 62{,}5$. (een normale verdeling is symmetrisch t.o.v. μ)
Tussen $P_{2,5}$ en $P_{97,5}$ ligt 95% $\Rightarrow \mu - 2\sigma = P_{2,5} \Rightarrow 62{,}5 - 2\sigma = 58 \Rightarrow -2\sigma = -4{,}5 \Rightarrow \sigma = 2{,}25$.

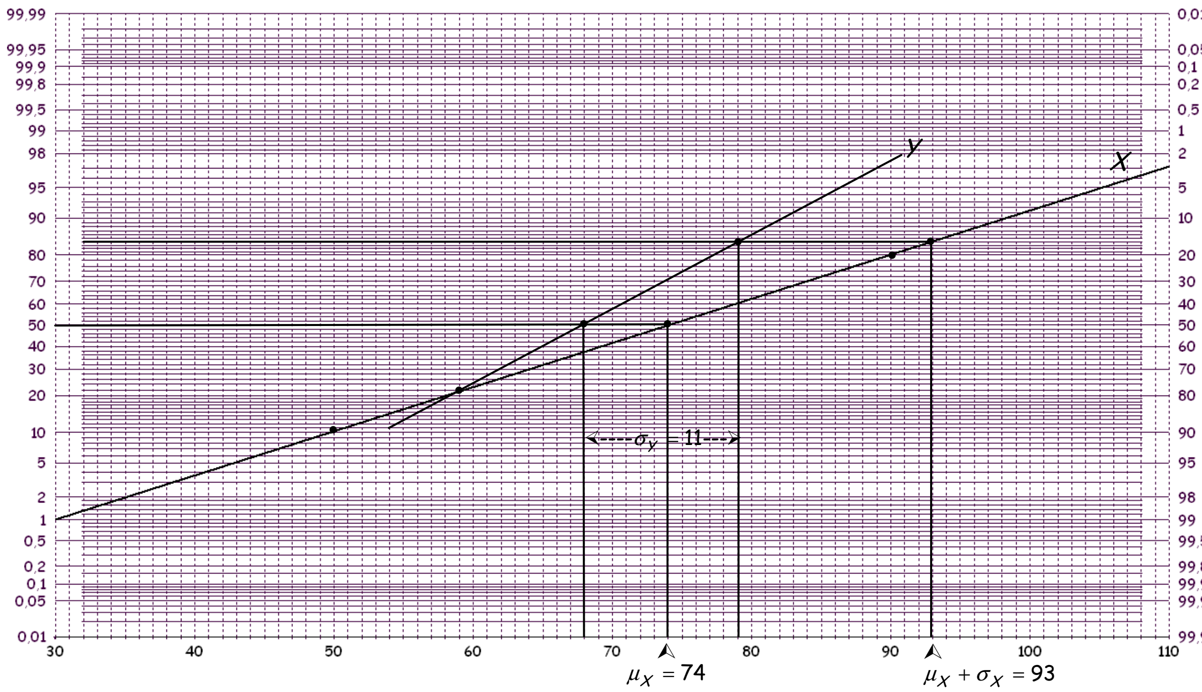
28ab Eerst de relatieve cumulatieve frequentietabel. (zie hiernaast)
Teken dan de punten op normaal-waarschijnlijkheidspapier.
De punten liggen redelijk op een rechte lijn (zie hieronder).
Dus de lengte is bij benadering normaal verdeeld.
Lees nu in de grafiek af: bij 50% hoort $\mu = 181$ (cm) en
bij 84% hoort $\mu + \sigma = 189$ (cm) $\Rightarrow \mu = 181$ (cm) en $\sigma = 189 - 181 = 8$ (cm).



klasse	freq.	cum. freq.	rel. cum. freq.
165 – < 170	7	7	6,0%
170 – < 175	17	24	20,7%
175 – < 180	27	51	44,0%
180 – < 185	29	80	69,0%
185 – < 190	21	101	87,1%
190 – < 195	11	112	96,6%
195 – < 200	4	116	100%



29a



$P_{10} = 50$ en $P_{80} = 90 \Rightarrow$ de lijn van de toevalsvariabel X gaat door (50, 10) en (90, 80) (zie hierboven).
Lees nu af: bij 50% hoort $\mu_X = 74$ en bij 84% hoort $\mu_X + \sigma_X = 93 \Rightarrow \mu_X = 74$ en $\sigma_X = 93 - 74 = 19$.

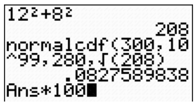
29b Dus de lijn van de toevalsvariabel Y gaat door (68, 50) en (79, 84) (zie de figuur bij 32a hierboven).

29c Het snijpunt (59, 21) betekent dat van beide toevalsvariabelen 21% van de waarnemingen onder de 59 ligt.

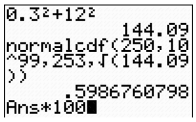
30a Ja, zie figuur 14.10. (de gemiddeldes van beide klokken zijn elkaars tegengestelden $\Rightarrow \mu_{-X} = -\mu_X$)

30b Nee, zie figuur 14.10. (de standaardafwijkingen van beide klokken zijn gelijk $\Rightarrow \sigma_{-X} = \sigma_X$)

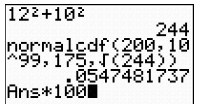
31 De totale afhandelingstijd $T = X + Y$ van de twee fasen is normaal verdeeld met:
$\mu_T = \mu_X + \mu_Y = 170 + 110 = 280$ (seconden) en $\sigma_T = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2} = \sqrt{12^2 + 8^2} = \sqrt{208}$ (seconden).
$P(T > 5 \cdot 60) = \text{normalcdf}(300, 10^{99}, 280, \sqrt{208}) \approx 0{,}083$. Dus in 8,3% van de gevallen.



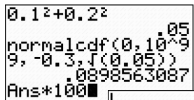
32 De brutogewicht $B = X + Y$ is normaal verdeeld met:
$\mu_B = \mu_X + \mu_Y = 5 + 248 = 253$ (gram) en $\sigma_B = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2} = \sqrt{0{,}3^2 + 12^2} = \sqrt{144{,}09}$ (gram).
$P(B > 250) = \text{normalcdf}(250, 10^{99}, 253, \sqrt{144.09}) \approx 0{,}599$. Dus in 59,9% van de gevallen.



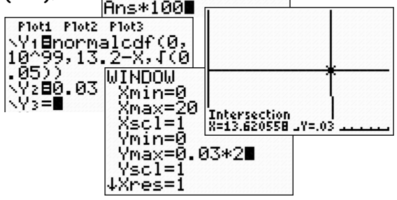
33 De totale afstand $d = d_1 + d_2$ is normaal verdeeld met:
$\mu_d = \mu_{d_1} + \mu_{d_2} = 45 + 130 = 175$ (m) en $\sigma_d = \sqrt{\sigma_{d_1}^2 + \sigma_{d_2}^2} = \sqrt{12^2 + 10^2} = \sqrt{244}$ (m).
$P(T > 200) = \text{normalcdf}(200, 10^{99}, 175, \sqrt{244}) \approx 0{,}055$.



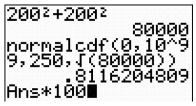
34a De bout is te dik voor de moer als $X > Y \Rightarrow V = X - Y > 0$. V is ook normaal verdeeld met:
$\mu_V = \mu_X - \mu_Y = 13{,}2 - 13{,}5 = -0{,}3$ (mm) en $\sigma_V = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2} = \sqrt{0{,}1^2 + 0{,}2^2} = \sqrt{0{,}05}$ (mm).
$P(V > 0) = \text{normalcdf}(0, 10^{99}, -0.3, \sqrt{0.05}) \approx 0{,}090$. Dus in 9,0% van de gevallen.



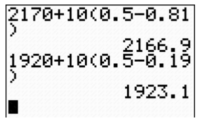
34b $\mu_V = \mu_X - \mu_Y = 13{,}2 - \mu_Y$ (mm) en $\sigma_V = \sqrt{0{,}05}$ (mm).
$P(V > 0) = \text{normalcdf}(0, 10^{99}, 13.2 - \mu_Y, \sqrt{0.05}) = 0{,}03$ (intersect) $\Rightarrow \mu_Y \approx 13{,}62$.
Dus met een gemiddelde diameter van de moeren van 13,62 mm.



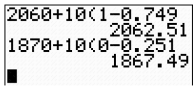
35a A = de speelsterkte van Van der Avoird en T = de speelsterkte van Thijssen.
Van de Avoird wint van Thijssen als $A > T \Rightarrow V = A - T > 0$. V is ook normaal verdeeld met:
$\mu_V = \mu_A - \mu_T = 2170 - 1920 = 250$ en $\sigma_V = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_T^2} = \sqrt{200^2 + 200^2} = \sqrt{80\,000}$.
$P(V > 0) = \text{normalcdf}(0, 10^{99}, 250, \sqrt{80\,000}) \approx 0{,}812$.



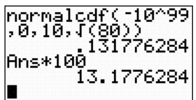
35b De Elo-rating van Van de Avoird: $R_{\text{nieuw}} = R_{\text{oud}} + 10(w - v) = 2170 + 10(0{,}5 - 0{,}81) \approx 2167$.
De Elo-rating van Thijssen: $R_{\text{nieuw}} = R_{\text{oud}} + 10(w - v) = 1920 + 10(0{,}5 - 0{,}19) \approx 1923$.



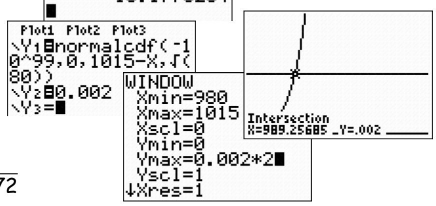
35c K = de speelsterkte van De Keizer en M = de speelsterkte van Mol.
De Keizer wint van Mol als $K > M \Rightarrow V = K - M > 0$. V is ook normaal verdeeld met:
$\mu_V = \mu_K - \mu_M = 2060 - 1870 = 190$ en $\sigma_V = \sqrt{\sigma_K^2 + \sigma_M^2} = \sqrt{200^2 + 200^2} = \sqrt{80\,000}$.
$P(K \text{ wint}) = P(V > 0) = \text{normalcdf}(0, 10^{99}, 190, \sqrt{80\,000}) \approx 0{,}749$.
De Elo-rating van De Keizer wordt $2060 + 10(1 - 0{,}749) \approx 2063$.
De Elo-rating van Mol wordt $1870 + 10(0 - 0{,}251) \approx 1867$.



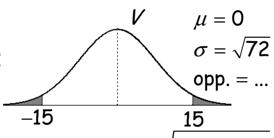
36a Limonade verloren als $X < Y \Rightarrow V = X - Y < 0$. V is ook normaal verdeeld met:
$\mu_V = \mu_X - \mu_Y = 1015 - 1005 = 10$ (ml) en $\sigma_V = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2} = \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{80}$ (ml).
$P(V < 0) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 0, 10, \sqrt{80}) \approx 0{,}132$. Dus in 13,2% van de gevallen.



36b $\mu_V = \mu_X - \mu_Y = 1015 - \mu_Y$ (ml) en $\sigma_V = \sqrt{80}$ (ml).
$P(V < 0) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 0, 1015 - \mu_Y, \sqrt{80}) = 0{,}002$ (intersect) $\Rightarrow \mu_Y \approx 989{,}3$.
Dus de machine afstellen op een gemiddelde van 989,3 ml.

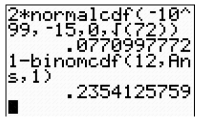


37a X = de lengte van man 1 in cm en Y = de lengte van man 2
Het verschil is meer dan 15 betekent:
$V = X - Y < -15$ (dus $Y - X > 15$) of $V = X - Y > 15$.



V is normaal verdeeld met: $\mu_V = \mu_X - \mu_Y = 178 - 178 = 0$ (cm) en $\sigma_V = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2} = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72}$ (cm).
opp. $= 2 \cdot \text{normalcdf}(-10^{99}, -15, 0, \sqrt{72}) \approx 0{,}077$ (de gevraagde kans).

37b T, het aantal tweetallen dat meer dan 15 cm verschilt, is binomiaal verdeeld ($n = 12$ en p = Ans).
$P(T \geq 2) = 1 - P(T \leq 1) = 1 - \text{binomcdf}(12, \text{Ans}, 1) \approx 0{,}235$.

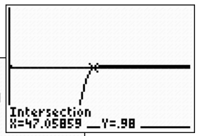


38 De totale afhandelingstijd T is normaal verdeeld met:
$\mu_T = 12 + 8 + 20 + 18 = 58$ (sec.) en $\sigma_T = \sqrt{0{,}5^2 + 0{,}3^2 + 0{,}8^2 + 1{,}6^2} = \sqrt{3{,}54}$ (sec.).
$P(T > 60) = \text{normalcdf}(60, 10^{99}, 58, \sqrt{3.54}) \approx 0{,}144$. Dus in 14,4% van de gevallen.

39a De totale fietstijd T is normaal verdeeld met:
$\mu_T = 18 + 7 + 15 = 40$ (min.) en $\sigma_T = \sqrt{2{,}5^2 + 1{,}25^2 + 2^2} = \sqrt{11{,}8125}$ (min.).
$P(T > 45) = \text{normalcdf}(45, 10^{99}, 40, \sqrt{11.8125}) \approx 0{,}073$.

39b Van 7:25 tot 8:15 zijn $35 + 15 = 50$ minuten.
T, het aantal keer te laat, is binomiaal verdeeld met $n = 35$ en $p = \text{normalcdf}(50, 10^{99}, 40, \sqrt{11.8125}) \approx 0{,}0018\ldots$
$P(T \geq 1) = 1 - P(T \leq 0) = 1 - \text{binomcdf}(35, p, 0) \approx 0{,}061$.

39c $c = \text{invNorm}(0.98, 40, \sqrt{11.8125}) \approx 47{,}06$ (min.).
OF...$\text{normalcdf}(-10^{99}, c, 40, \sqrt{11.8125}) = 0{,}98$ (intersect) $\Rightarrow c \approx 47{,}06$ (min.).
Dus minstens $47 (= 15 + 32)$ minuten vóór 8:15 $\Rightarrow$ vóór 7:28.



40 $\mu_{som} = \mu_X + \mu_X + \mu_X + \mu_X + \mu_X + \mu_X + \mu_X + \mu_X = 8 \cdot \mu_X$.
$\sigma_{som} = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_X^2 + \sigma_X^2 + \sigma_X^2 + \sigma_X^2 + \sigma_X^2 + \sigma_X^2 + \sigma_X^2} = \sqrt{8 \cdot \sigma_X^2} = \sigma_X \cdot \sqrt{8} = \sqrt{8} \cdot \sigma_X \neq 8 \cdot \sigma_X$.

41 $P(X_{som} \geq 2 \cdot 60 + 1 \cdot 15) = P(X_{som} \geq 135) = P(X_{som} > 135) = \text{normalcdf}(135, 10^{99}, 40 \cdot 3{,}8 \cdot \sqrt{3}) \approx 0{,}140$.

42a $P(X_{stapel} > 105) = \text{normalcdf}(105, 10^{99}, 5 \cdot 20, 0{,}5 \cdot \sqrt{20}) \approx 0{,}013$.

42b B, het aantal stapels dat niet in de krat past, is binomiaal verdeeld met $n = 12$ en $p = \text{Ans}$.
$P(B \geq 2) = 1 - P(B \leq 1) = 1 - \text{binomcdf}(12, \text{Ans}, 1) \approx 0{,}010$.

43a $P(X < 20) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 20, 25, 3) \approx 0{,}048$.

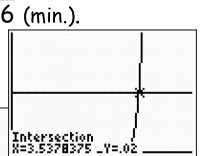
43b $P(B < 140) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 140, 25 \cdot 6, 3 \cdot \sqrt{6}) \approx 0{,}087$.

43c C, het aantal pakken dat minder dan 140 gram bevat, is binomiaal verdeeld met $n = 20$ en $p = \text{Ans}$.
$P(C > 2) = P(C \geq 3) = 1 - P(C \leq 2) = 1 - \text{binomcdf}(20, \text{Ans}, 2) \approx 0{,}249$.

44 T, het gewicht van een krat met 12 flessen, is normaal verdeeld met:
$\mu_T = 1{,}5 \cdot 12 + 2 = 20$ (kg) en $\sigma_T = \sqrt{0{,}05^2 \cdot 12 + 0{,}3^2} = \sqrt{0{,}12}$ (kg).
$P(T > 20{,}5) = \text{normalcdf}(20.5, 10^{99}, 20, \sqrt{0.12}) \approx 0{,}074$.

45a Q, de duur van de quiz, is normaal verdeeld met $\mu_Q = 4 \cdot 6 = 24$ (min.) en $\sigma_Q = \sqrt{0{,}75^2 \cdot 6} = 0{,}75\sqrt{6}$ (min.).
$P(Q > 25) = \text{normalcdf}(25, 10^{99}, 24, 0.75\sqrt{6}) \approx 0{,}293\ldots$
Dus naar verwachting $\text{Ans} \cdot 50 \approx 15$ keer.

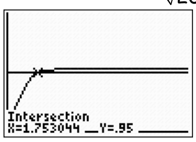
45b De verwachting $P(Q > 25) \cdot 50 \leq 1 \Rightarrow P(Q > 25) \leq \frac{1}{50}$.
$P(Q > 25) = \text{normalcdf}(25, 10^{99}, 6 \cdot \mu_{ronde}, 0.75\sqrt{6}) = 0{,}02$ (intersect) $\Rightarrow \mu_{ronde} \approx 3{,}54$ (min).
Dat is 3 minuten en 32 seconden.

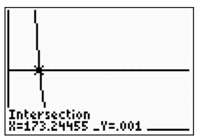


46a $P(X < 25 \vee X > 35) = 1 - P(25 \leq X \leq 35) = 1 - P(25 < X < 35) = 1 - \text{normalcdf}(25, 35, 30, 4) \approx 0{,}211$.

46b $P(\overline{X} < 25 \vee \overline{X} > 35) = 1 - P(25 < \overline{X} < 35) = 1 - \text{normalcdf}(25, 35, 30, \frac{4}{\sqrt{20}}) \approx 0{,}000$.

46c $P(30 - a < \overline{X} < 30 + a) = \text{normalcdf}(30 - a, 30 + a, 30, \frac{4}{\sqrt{20}}) = 0{,}95$ (intersect) $\Rightarrow a \approx 1{,}75$.





46d $P(\overline{X} < 29 \vee \overline{X} > 31) = 1 - P(29 < \overline{X} < 31) = 1 - \text{normalcdf}(29, 31, 30, \frac{4}{\sqrt{n}}) = 0{,}001$ (intersect) $\Rightarrow n \approx 173{,}2$.
$P(\overline{X} < 29 \vee \overline{X} > 31) < 0{,}001$ (zie een plot/TABLE) $\Rightarrow n > 173$ (of $n \geq 174$).

47a $P(A < 250) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 250, 250.4, 0.6) \approx 0{,}252$. Dus 25,2% van de pakjes.

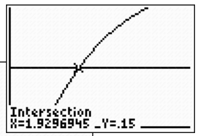
47b $P(B < 250) = P(\overline{A} < 250) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 250, 250.4, \frac{0.6}{\sqrt{10}}) \approx 0{,}018$. Dus 1,8% van de dozen.

47c $P(C < 2500) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 2500, 250.4 \cdot 10, 0.6\sqrt{10}) \approx 0{,}018$. Dus 1,8% van de dozen.

47d Bij een gemiddeld gewicht van 250 gram per pakje, weegt een doos $10 \cdot 250 = 2500$ gram.

48 $P(\overline{X} > 100) = \text{normalcdf}(100, 10^{99}, 104.5, \frac{10}{\sqrt{16}}) \approx 0{,}964$. Dus 96,4% van de pakjes.

49a $P(A < 100) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 100, 102, \sigma) = 0{,}15$ (intersect) $\Rightarrow \sigma \approx 1{,}93$ (cl).

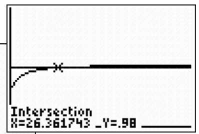


49b $P(B < 100) = P(\overline{A} < 100) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 100, 102, \frac{1.93}{\sqrt{12}}) \approx 0{,}0002$.

49c $P(C \geq 1) = 1 - P(C = 0) = 1 - \text{binompdf}(25, \text{Ans}, 0) \approx 0{,}004$.

50 $\text{normalcdf}(35, 10^{99}, 37, \frac{5}{\sqrt{n}}) = 0{,}98$ (intersect) $\Rightarrow n \approx 26{,}4$.

$P(\overline{X} \geq 35) \geq 0{,}98$ (zie een plot/TABLE) $\Rightarrow n > 26$ (of $n \geq 27$).



51a $P(Z < 5) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 5, 5.3, 0.5) \approx 0{,}724$.

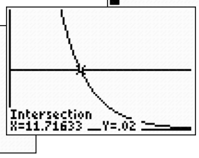
51b $P(B < 100) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 100, 5.3 \cdot 20, 0.5\sqrt{20}) \approx 0{,}004$.

51c $P(\overline{Z} < 5{,}2 \vee \overline{Z} > 5{,}4) = 1 - P(5{,}2 \leq \overline{Z} \leq 5{,}4) = 1 - P(5{,}2 < \overline{Z} < 5{,}4 = 1 - \text{normalcdf}(5.2, 5.4, 5.3, \frac{0.5}{\sqrt{20}}) \approx 0{,}371$.

Dus van 37,1% van de pakjes.

51d $P(\overline{Z} < 5) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 5, 5.3, \frac{0.5}{\sqrt{n}}) = 0{,}02$ (intersect) $\Rightarrow n \approx 11{,}7$.

$P(\overline{Z} < 5) < 0{,}02$ (zie een plot/TABLE) $\Rightarrow n \geq 12$ (dus minstens 12 zakjes in een pakje).



52a Niet juist, want bij aantallen X is X een geheel getal $\Rightarrow P(X < 4) = P(X \leq 3)$.

52b Wel juist, want bij gewichten Y is $Y \leq 4$ hetzelfde als $Y < 4$.

53a	continu.	53c	continu.	53e	discreet.	53g	discreet.	53i	discreet.
53b	discreet.	53d	discreet.	53f	discreet.	53h	continu.	53j	discreet.

54a $P(X \leq 10) = P(Y \leq 10{,}5)$.

54b $P(X < 12) = P(X \leq 11) = P(Y \leq 11{,}5)$.

54c $P(X > 18) = P(X \geq 19) = 1 - P(X \leq 18) = 1 - P(Y \leq 18{,}5)$.

54d $P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7) = 1 - P(Y \leq 7{,}5)$.

54e $P(6 \leq X \leq 10) = P(X \leq 10) - P(X \leq 5) = P(Y \leq 10{,}5) - P(Y \leq 5{,}5)$.

54f $P(8 < X < 20) = P(X \leq 19) - P(X \leq 8) = P(Y \leq 19{,}5) - P(Y \leq 8{,}5)$.

54g $P(X \leq 6 \vee X \geq 8) = P(X \leq 6) + P(X \geq 8) = P(X \leq 6) + 1 - P(X \leq 7) = P(Y \leq 6{,}5) + 1 - P(Y \leq 7{,}5)$.

54h $P(X = 10) = P(X \leq 10) - P(X \leq 9) = P(Y \leq 10{,}5) - P(Y \leq 9{,}5)$.

54i $P(9 < X \leq 15) = P(X \leq 15) - P(X \leq 9) = P(Y \leq 15{,}5) - P(Y \leq 9{,}5)$.

55a $P(X \leq 28) = P(Y \leq 28{,}5) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 28.5, 35.2, 6.9) \approx 0{,}166$.

55b $P(X \geq 38) = P(Y \geq 37{,}5) = \text{normalcdf}(37.5, 10^{99}, 35.2, 6.9) \approx 0{,}369$.

55c $P(X = 33) = P(32{,}5 \leq Y \leq 33{,}5) = \text{normalcdf}(32.5, 33.5, 35.2, 6.9) \approx 0{,}055$.

55d $P(30 \leq X \leq 40) = P(29{,}5 \leq Y \leq 40{,}5) = \text{normalcdf}(29.5, 40.5, 35.2, 6.9) \approx 0{,}574$.

55e $P(X < 45) = P(Y \leq 44{,}5) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 44.5, 35.2, 6.9) \approx 0{,}911$.

55f $P(X > 40) = P(Y \geq 40{,}5) = \text{normalcdf}(40.5, 10^{99}, 35.2, 6.9) \approx 0{,}221$.

56a $P(X < 20) = P(Y \leq 19{,}5) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 19.5, 28.2, 4.3) \approx 0{,}022$. Dus 2,2%.

56b $P(X = 30) = P(29{,}5 \leq Y \leq 30{,}5) = \text{normalcdf}(29.5, 30.5, 28.2, 4.3) \approx 0{,}085$.

56c $P(X > 25) = P(Y \geq 25{,}5) = \text{normalcdf}(25.5, 10^{99}, 28.2, 4.3) \approx 0{,}735$.

57a $P(X > 12) = P(Y \geq 12{,}5) = \text{normalcdf}(12.5, 10^{99}, 9.8, 3.6) \approx 0{,}227$.

57b $P(X = 10) = P(9{,}5 \leq Y \leq 10{,}5) = \text{normalcdf}(9.5, 10.5, 9.8, 3.6) \approx 0{,}110$.

57c $P(C \geq 2) = 1 - P(C \leq 1) = 1 - \text{binomcdf}(16, 0.2266..., 1) \approx 0{,}907$.

58a $P(X \le 100) = \text{binomcdf}(300, 0.37, 100) \approx 0{,}104.$

58b $P(X \le 100) = P(Y \le 100{,}5) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 100.5, 300 \cdot 0.37, \sqrt{300 \cdot 0.37 \cdot (1 - 0.37)}) \approx 0{,}105.$

59a X = het aantal personen dat komt opdagen $\Rightarrow P(X \le 1300) = \text{binomcdf}(1430, 0.9, 1300) \approx 0{,}884.$

59b Stel hij accepteert maximaal n reserveringen.
$P(X \le 1300) = \text{binomcdf}(n, 0.9, 1300) > 0{,}99.$
TABLE geeft $n \le 1416$.
Dus hij noteert maximaal 1416 reserveringen.

60
- $n = 50$ en $p = 0{,}7 \Rightarrow np = 50 \cdot 0{,}7 = 35 > 5$ en $n(1-p) = 50 \cdot 0{,}3 = 15 > 5$.
  (dus X normaal te benaderen met toevalsvariabele Y waarvan) $\mu_Y = np = 35$ en $\sigma_Y = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{35 \cdot 0{,}3} = \sqrt{10{,}5}$.
  $P(35 - \sqrt{10{,}5} < Y < 35 + \sqrt{10{,}5}) = \text{normalcdf}(35 - \sqrt{10.5}, 35 + \sqrt{10.5}, 35, \sqrt{10.5}) \approx 0{,}683.$
- $n = 400$ en $p = 0{,}7 \Rightarrow \mu_Y = np = 280$ en $\sigma_Y = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{280 \cdot 0{,}3} = \sqrt{84}$.
  $P(280 - \sqrt{84} < Y < 280 + \sqrt{84}) = \text{normalcdf}(280 - \sqrt{84}, 280 + \sqrt{84}, 280, \sqrt{84}) \approx 0{,}683.$
- $n = 900$ en $p = 0{,}7 \Rightarrow \mu_Y = np = 630$ en $\sigma_Y = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{630 \cdot 0{,}3} = \sqrt{189}$.
  $P(630 - \sqrt{189} < Y < 630 + \sqrt{189}) = \text{normalcdf}(630 - \sqrt{189}, 630 + \sqrt{189}, 630, \sqrt{189}) \approx 0{,}683.$

De vuistregel klopt ook bij de binomiaal verdeelde toevalsvariabele X.

61
$$\left.\begin{array}{l} E(X) = 1440 \Rightarrow np = 1440 \ ❶ \\ \sigma_X = 10 \Rightarrow \sqrt{np(1-p)} = 30 \ ❷ \end{array}\right\} ❶ \text{ in } ❷ \Rightarrow \sqrt{1440(1-p)} = 30 \text{ (kwadrateren)}$$
$$1440(1-p) = 900$$
$$1 - p = \frac{900}{1440}$$
$$1 - \frac{900}{1440} = p = 0{,}375 \text{ in } ❶ \Rightarrow n \cdot 0{,}375 = 1440 \Rightarrow n = \frac{1440}{0{,}375} = 3840.$$

62
$$\left.\begin{array}{l} E(X) = 12 \Rightarrow np = 12 \ ❶ \\ \sigma_X = 3 \Rightarrow \sqrt{np(1-p)} = 3 \ ❷ \end{array}\right\} ❶ \text{ in } ❷ \Rightarrow \sqrt{12(1-p)} = 3 \text{ (kwadrateren)}$$
$$12(1-p) = 9$$
$$1 - p = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$
$$1 - \frac{3}{4} = p = \frac{1}{4} \text{ in } ❶ \Rightarrow n \cdot \frac{1}{4} = 12 \Rightarrow n = 12 \cdot 4 = 48.$$
$P(X \ge 16) = 1 - P(X \le 15) = 1 - \text{binomcdf}(48, \tfrac{1}{4}, 15) \approx 0{,}1232.$

Diagnostische toets

D1a $P(\underline{\underline{112233445566}}) = \binom{12}{2} \cdot \binom{10}{2} \cdot \binom{8}{2} \cdot \binom{6}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{12} \approx 0{,}003$ of $\frac{12!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{12} \approx 0{,}003.$

D1b $P(\underline{\underline{11116666aaaa}}) = \binom{12}{4} \cdot \binom{8}{4} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 \cdot \left(\frac{4}{6}\right)^4 \approx 0{,}004$ of $\frac{12!}{4! \cdot 4! \cdot 4!} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^8 \cdot \left(\frac{4}{6}\right)^4 \approx 0{,}004.$

D1c $P(66{*}{*}{*}{*}{*}{*}{*}{*}\bar{6}\bar{6}) = \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot 1^8 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 \approx 0{,}019.$ (* mag elk aantal zijn)

D1d $P(\text{vier of vijf keer gooien}) = P(\text{vier keer gooien}) + P(\text{vijf keer gooien}) = P({*}\bar{6}66) + P(6\bar{6}\bar{6}66) + P(\bar{6}6\bar{6}66) + P(\bar{6}\bar{6}\bar{6}66)$
$$= 1 \cdot \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 + \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 + \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \approx 0{,}046.$$

D2a A, het aantal keer even, is binomiaal verdeeld met $n = 16$ en $p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
$P(A > 10) = P(A \ge 11) = 1 - P(A \le 10) = 1 - \text{binomcdf}(16, \tfrac{1}{2}, 10) \approx 0{,}105.$

D2b B, het aantal keer 5 of 6 ogen, is binomiaal verdeeld met $n = 16$ en $p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
$P(B = 5) = \text{binompdf}(16, \tfrac{1}{3}, 5) \approx 0{,}208.$

D2c C, het aantal keer 1 of 2 ogen, is binomiaal verdeeld met $n = 16$ en $p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
$P(5 < C < 10) = P(6 \le C \le 9) = \text{binomcdf}(16, \tfrac{1}{3}, 9) - \text{binomcdf}(16, \tfrac{1}{3}, 5) \approx 0{,}437.$

vaas	I	II
rood	8	a
wit	$a-8$	$30-a$
totaal	a	30

D3a $P(\underline{\underline{rw}}) = P(\text{rw}) + P(\text{wr}) = \frac{8}{a}\cdot\frac{30-a}{30} + \frac{a-8}{a}\cdot\frac{a}{30} = \frac{240-8a}{30a} + \frac{a^2-8a}{30a} = \frac{a^2-16a+240}{30a}$.

D3b $P(\underline{\underline{rw}}) = \frac{a^2-16a+240}{30a} = 0{,}6$ (bladeren door TABLE geeft) $a = 10$ of $a = 24$. (a is het aantal knikkers in vaas I)

D3c $P(\underline{\underline{rw}}) = \binom{2}{1}\cdot P(\text{rw}) = 2\cdot\frac{8}{a}\cdot\frac{a-8}{a-1} = \frac{16(a-8)}{a(a-1)} = \frac{16a-128}{a^2-a}$.

D3d $P(\underline{\underline{rw}}) = \binom{2}{1}\cdot P(\text{rw}) = 2\cdot\frac{a}{30}\cdot\frac{30-a}{29} = \frac{2a(30-a)}{870} = \frac{60a-2a^2}{870}$.

$\frac{2a(30-a)}{870} > 0{,}5$ (bladeren door TABLE) $\Rightarrow a = 13 \vee a = 14 \vee a = 15 \vee a = 16 \vee a = 17$. (rode knikkers in vaas II)

D4a $P(\text{na 2 keer pakken 7 blauwe over}) = P(\underline{\underline{rb}}) = P(\text{rb}) + P(\text{br}) = \frac{6}{14}\cdot\frac{8}{14} + \frac{8}{14}\cdot\frac{6}{13} \approx 0{,}509$.

D4b $P(\text{na 3 keer pakken 6 blauwe over}) = P(\underline{\underline{rbb}}) = P(\text{rbb}) + P(\text{brb}) + P(\text{bbr}) = \frac{6}{14}\cdot\frac{8}{14}\cdot\frac{7}{13} + \frac{8}{14}\cdot\frac{6}{13}\cdot\frac{7}{13} + \frac{8}{14}\cdot\frac{7}{13}\cdot\frac{6}{12} \approx 0{,}428$.

D5a $P(\text{Klaas wint in 7 beurten}) = P(\text{Klaas moet na 6 beurten nog 1 punt})$
$= P(\underline{\underline{\text{KKKKKL}}}\text{K}) = P(\underline{\underline{\text{KKKKKL}}})\cdot P(\text{K}) = \binom{6}{1}\cdot\left(\frac{2}{6}\right)^5\cdot\frac{4}{6}\cdot\frac{2}{6} = 6\cdot\left(\frac{2}{6}\right)^6\cdot\frac{4}{6} \approx 0{,}005$.

D5b $P(\text{Leo wint in 7 beurten}) = P(\text{LLLL}) + P(\underline{\underline{\text{KLLL}}}\text{L}) = P(\text{LLLL}) + P(\underline{\underline{\text{KLLL}}})\cdot P(\text{L}) = \left(\frac{4}{6}\right)^4 + \binom{4}{1}\cdot\frac{2}{6}\cdot\left(\frac{4}{6}\right)^3\cdot\frac{4}{6} \approx 0{,}461$.

D6 B, het aantal bouten langer dan 7 mm, is binomiaal verdeeld met $n = 5$ en $p = \text{normalcdf}(7, 10^{99}, 8, 1.3) \approx 0{,}7791...$
$P(B = 5) = p^5 \approx 0{,}287$ (of binompdf$(5, p, 5) \approx 0{,}287$).

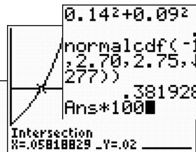
D7a Maak eerst een relatieve cumulatieve frequentietabel (zie hiernaast) en teken de punten op normaal-waarschijnlijkheidspapier (in het werkboek). De punten liggen redelijk op een rechte lijn. (ga dit na in het werkboek) Dus het gewicht is bij benadering normaal verdeeld.

klasse	freq.	cum. freq.	rel. cum. freq.
480 – < 490	3	3	1,3%
490 – < 500	24	27	11,3%
500 – < 510	73	100	41,7%
510 – < 520	88	188	78,3%
520 – < 530	42	230	95,8%
530 – < 540	8	238	99,2%
540 – < 550	2	240	100%

D7b Lees nu in de grafiek af: bij 50% hoort $\mu = 512$ (gram) en bij 84% hoort $\mu + \sigma = 522$ (gram) $\Rightarrow \mu = 512$ (gram) en $\sigma = 522 - 512 = 10$ (gram).

D8 De totale productietijd T is normaal verdeeld met:
$\mu_T = 19{,}3 + 12{,}5 + 10{,}7 = 42{,}5$ (minc.) en $\sigma_T = \sqrt{2{,}5^2 + 1{,}5^2 + 1{,}2^2} = \sqrt{9{,}94}$ (min.).
$P(T > 45) = \text{normalcdf}(45, 10^{99}, 42.5, \sqrt{9.94}) \approx 0{,}214$. Dus in 21,4% van de gevallen.

D9a V, de dikte van de plank na schaven, is normaal verdeeld met:
$\mu_V = 3{,}10 - 0{,}35 = 2{,}75$ (cm) en $\sigma_V = \sqrt{0{,}14^2 + 0{,}09^2} = \sqrt{0{,}0277}$ (cm).
$P(V < 2{,}70) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 2.70, 2.75, \sqrt{0.0277}) \approx 0{,}382$. Dus 38,2%.

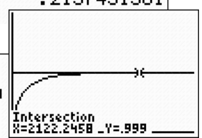


D9b $\mu_V = 3{,}10 - \mu_D$ (cm) en $\sigma_V = \sqrt{0{,}0277}$ (cm).
$P(V < 2{,}70) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 2.70, 3.10 - \mu_D, \sqrt{0.0277}) = 0{,}02$ (intersect) $\Rightarrow$
$\mu_D \approx 0{,}06$ (cm). Dus afstellen op een dikte van 0,06 cm (of minder).

D10a $P(A > 11600) = \text{normalcdf}(11600, 10^{99}, 720\cdot 16, 14\sqrt{16}) \approx 0{,}077$.

D10b $P(\overline{B} < 710) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 710, 720, \frac{14}{\sqrt{16}}) \approx 0{,}002$. Dus 0,2%.

D10c $P(719 < \overline{B} < 721) = \text{normalcdf}(719, 721, 720, \frac{14}{\sqrt{n}}) = 0{,}999$ (intersect) $\Rightarrow n \approx 2122{,}2$.
$P(719 < \overline{B} < 721) > 0{,}999$ (zie een plot/TABLE) $\Rightarrow n \geq 2123$ (of $n > 2122$).



D11a $P(X = 42 \vee X = 43) = P(41{,}5 \leq Y \leq 43{,}5) = \text{normalcdf}(41.5, 43.5, 42.5, 8.3) \approx 0{,}096$.

D11b $P(X \geq 50) = P(Y \geq 49{,}5) = \text{normalcdf}(49.5, 10^{99}, 42.5, 8.3) \approx 0{,}200$.

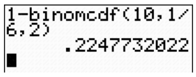
D12a $E(X) = 500 \Rightarrow np = 500$ en $\sigma_X = 20 \Rightarrow \sqrt{np(1-p)} = 20$. Dus $\sqrt{500(1-p)} = 20$ (kwadrateren)
$500(1-p) = 400$
$1 - p = \frac{400}{500} = \frac{4}{5}$
$1 - \frac{4}{5} = p = \frac{1}{5}$ in ❶ $\Rightarrow n\cdot\frac{1}{5} = 500 \Rightarrow n = 500\cdot 5 = 2500$.

D12b $P(X \geq 525) = 1 - P(X \leq 524)$
$= 1 - \text{binomcdf}(2500, \frac{1}{5}, 524) \approx 0{,}111$.

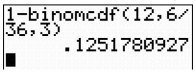
6	7	8	9	10	11	12
5	6	7	8	9	10	11
4	5	6	7	8	9	10
3	4	5	6	7	8	9
2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7
+	1	2	3	4	5	6

Gemengde opgaven 14. Mathematische statistiek

G13a A is het aantal keer 6 ogen bij het werpen met één dobbelsteen.
$P(A>2)=P(A\geq 3)=1-P(A\leq 2)=1-\text{binomcdf}(10,\frac{1}{6},2)\approx 0{,}225.$



G13b B is het aantal keer meer dan 9 ogen bij het werpen met twee dobbelstenen.
$P(B\geq 4)=1-P(X\leq 3)=1-\text{binomcdf}(12,\frac{6}{36},3)\approx 0{,}125.$

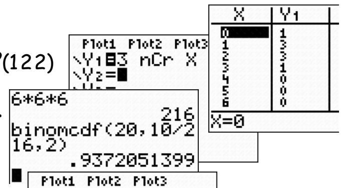


G13c $p=P(\text{som}\leq 5)=P(\text{som}=3)+P(\text{som}=4)+P(\text{som}=5)$

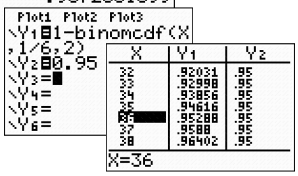
$=P(111)+P(\underline{112})+P(\underline{113})+P(\underline{122})=P(111)+\binom{3}{2}\cdot P(112)+\binom{3}{2}\cdot P(113)+\binom{3}{1}\cdot P(122)$

$=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}+3\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}+3\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}+3\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{216}+\frac{3}{216}+\frac{3}{216}+\frac{3}{216}=\frac{10}{216}.$

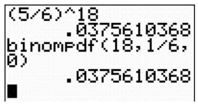
C is het aantal keer hoogstens 5 ogen bij het werpen met drie dobbelstenen.
$P(C\leq 2)=\text{binomcdf}(20,\frac{10}{216},2)\approx 0{,}937.$



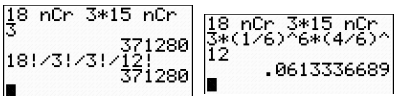
G13d D is het aantal keer 1 oog bij het werpen met één dobbelsteen.
$P(D\geq 3)=1-P(D\leq 2)=1-\text{binomcdf}(n,\frac{1}{6},2)>0{,}95$ (TABLE) $\Rightarrow n\geq 36$ (of $n>35$).



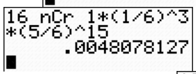
G14a A is het aantal keer 6 ogen bij het werpen met één dobbelsteen.
$P(\text{geen enkele keer }6)=P(A=0)=\left(\frac{5}{6}\right)^{18}\approx 0{,}038.$ (of binompdf(18, $\frac{1}{6}$, 0))



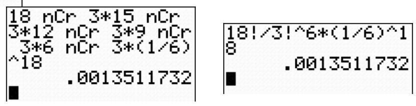
G14b $P(\underline{111666aa...a})=\binom{18}{3}\cdot\binom{15}{3}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^3\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^3\cdot\left(\frac{4}{6}\right)^{12}\approx 0{,}061.$
(a staat voor "iets anders dan een 1 of een 6")



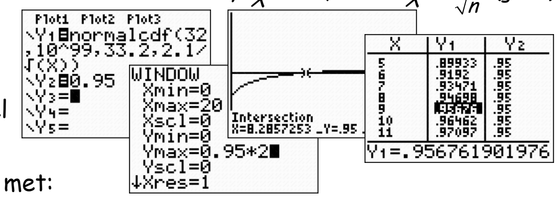
G14c $P(\boxed{666}\,\bar{6}\bar{6}\bar{6}\bar{6}\bar{6}\ldots\bar{6})=\binom{16}{1}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^3\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{15}\approx 0{,}005.$
(1 keer "drie 6 naast elkaar" en verder 15 keer "geen 6")



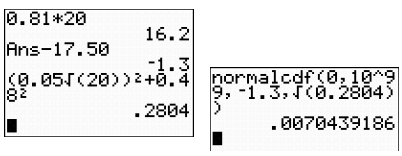
G14d $P(\underline{111222333444555666})=\binom{18}{3}\cdot\binom{15}{3}\cdot\binom{12}{3}\cdot\binom{9}{3}\cdot\binom{6}{3}\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^{18}\approx 0{,}001.$



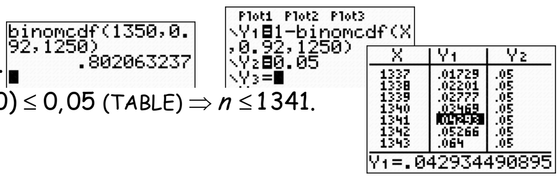
G15 $\overline{X}$, het gemiddelde gewicht van de koeken in een trommel, is normaal verdeeld met $\mu_{\overline{X}}=33{,}2$ en $\sigma_{\overline{X}}=\frac{2{,}1}{\sqrt{n}}$ (gram).
$P(\overline{X}>32{,}0)=\text{normalcdf}(32.0,10^{99},33.2,\frac{2.1}{\sqrt{n}})=0{,}95\Rightarrow n\approx 8{,}3.$
$P(\overline{X}>32{,}0)\geq 0{,}95$ (zie een plot/TABLE) $\Rightarrow n\geq 9$ (of $n>8$).
Hij doet minstens 9 (of meer dan 8) koeken in de blikken trommel



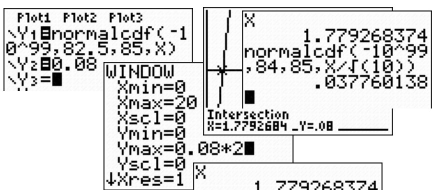
G16 D_{som}, de totale dikte van de 20 tabletten, is normaal verdeeld met:
$\mu_{D_{som}}=0{,}81\cdot 20=16{,}2$ (cm) en $\sigma_{D_{som}}=0{,}05\cdot\sqrt{20}$ (cm).
De tabletten passen niet in het buisje als $D_{som}>L\Rightarrow V=D_{som}-L>0.$
V is normaal verdeeld met: $\mu_V=\mu_{D_{som}}-\mu_L=16{,}2-17{,}50=-1{,}3$ (cm)
en $\sigma_V=\sqrt{\sigma_{D_{som}}^2+\sigma_L^2}=\sqrt{0{,}0025\cdot 20+0{,}48^2}=\sqrt{0{,}2804}$ (cm).
$P(V>0)=\text{normalcdf}(0,10^{99},-1.3,\sqrt{0.2804})\approx 0{,}007.$



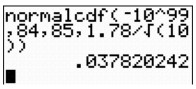
G17a $A=$ het aantal reizen dat niet wordt geannuleerd.
$P(A\leq 1250)=\text{binomcdf}(1350,0.92,1250)\approx 0{,}802$ (de gevraagde kans).
G17b $P(A>1250)=P(A\geq 1251)=1-P(A\leq 1250)=1-\text{binomcdf}(n,0.92,1250)\leq 0{,}05$ (TABLE) $\Rightarrow n\leq 1341.$
Dus men zal maximaal 1341 reizen verkopen.



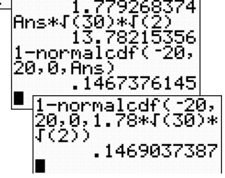
G18a $P(A<82{,}5)=\text{normalcdf}(-10^{99},82.5,85,\sigma)=0{,}08$ (intersect) $\Rightarrow\sigma\approx 1{,}78$ (gram).



G18b $P(\overline{A}<84)=\text{normalcdf}(-10^{99},84,85,\frac{1.78}{\sqrt{10}})\approx 0{,}038.$



G18c C, het totale vulgewicht van een doos,
is normaal verdeeld met: $\mu_C=85\cdot 30$ (gram) en $\sigma_C=1{,}78\cdot\sqrt{30}$ (gram).
V, het verschil in vulgewicht tussen twee dozen, is normaal verdeeld met:
$\mu_V=\mu_C-\mu_C=0$ (gram) en $\sigma_V=\sqrt{\sigma_C^2+\sigma_C^2}=\sqrt{2\cdot\sigma_C^2}=\sigma_C\cdot\sqrt{2}=1{,}78\cdot\sqrt{30}\cdot\sqrt{2}$ (gram).
$P(\text{verschil minstens }20)=P(V<-20\vee V>20)=1-\text{normalcdf}(-20,20,0,1{,}78\cdot\sqrt{30}\cdot\sqrt{2})\approx 0{,}147.$



G19a Na 2,5 jaar $1\,500 \cdot 1 \cdot 0{,}99 \cdot 0{,}97$ ($\approx 1\,440$) apparaten.
Na 3,5 jaar $1\,500 \cdot 1 \cdot 0{,}99 \cdot 0{,}97 \cdot 0{,}87$ ($\approx 1\,253$) apparaten.
Het verschil bedraagt 187 apparaten

```
1500*1*.99*0.97
           1440.45
Ans*.87
         1253.1915
1440-1253
               187
```

klasse	freq.	cum. freq.	rel. cum. freq.
0,5 – 1,5	15	15	1,0%
1,5 – 2,5	45	60	4,0%
2,5 – 3,5	187	247	16,5%
3,5 – 4,5	313	560	37,3%
4,5 – 5,5	376	936	62,4%
5,5 – < 6,5	305	1241	72,7%
6,5 – 7,5	163	1404	93,6%
7,5 – 8,5	81	1486	99,0%
> 8,5	15	1500	100%

G19b Maak eerst een relatieve cumulatieve frequentietabel (zie hiernaast)
en teken de punten aan de rechterkant van de klassen in het werkboek.
Dus de levensduur is bij benadering normaal verdeeld.
De gemiddelde levensduur $\mu = 5{,}0$ aflezen met behulp van de 50%-lijn.
$\sigma = 6{,}6 - 5{,}0 = 1{,}6$ aflezen met behulp van de 50%-lijn en de 84%-lijn.

G19c P(levensduur hoogstens 3 jaar) $= P(X \leq 3) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 3{,}5, 1.6) \approx 0{,}106$.
De gevraagde kans is $\text{Ans}^3 \approx 0{,}001$.

```
normalcdf(-10^99
,3,5,1.6)
      .105649839
Ans^3
     .0011792517
```

G19d De apparaten uit 1993 waren begin 1997 gemiddeld 3,5 jaar oud.
Een jaar later zijn nog $506 - 125 = 381$ van deze apparaten in gebruik.
$\frac{381}{506} \approx 0{,}75$ is de kans van 3,5 jaar naar 4,5 jaar

```
381/506
     .7529644269
```

G20a Aantal $= \binom{52}{13} \cdot \binom{39}{13} \cdot \binom{36}{13} \approx 5{,}36 \cdot 10^{28}$. Dat is meer dan $5 \cdot 10^{25}$.

```
52 nCr 13*39 nCr
 13*26 nCr 13
   5.364473777E28
```

G20b $P(\underline{\underline{kk}}\bar{k}\bar{k}\bar{k}\bar{k}\bar{k}\bar{k}\bar{k}\bar{k}\bar{k}\bar{k}\bar{k}) = \dfrac{\binom{13}{2} \cdot \binom{39}{11}}{\binom{52}{13}} \approx 0{,}2059$.

```
13 nCr 2*39 nCr
11/52 nCr 13
     .2058733541
```

G20c Per spel kan je $\frac{13}{4} = 3{,}25$ klaverenkaarten verwachten.
Uit de tabel volgt: het aantal klaverenkaarten per spel is $\dfrac{0 \cdot 130 + 1 \cdot 802 + \ldots + 8 \cdot 12}{10000} \approx 3{,}2471$.

```
13/4
            3.25
(1*802+2*2060+3*
2865+4*2385+5*12
45+6*414+7*87+8*
12)/10000
          3.2471
```

G20d $P(\bar{k}) = \frac{130}{10000} = 0{,}013$. (lees 130 af in de tabel) $\bar{K}$ = het aantal keer "geen klaverenkaart".
$P(\bar{K} = 1) = \binom{10}{1} \cdot 0{,}013 \cdot 0{,}987^9 \approx 0{,}1156$. (of binompdf(10, 0.013, 1) $\approx 0{,}1156$)

```
10 nCr 1*0.013*0
.987^9
     .1155573906
binompdf(10,0.01
3,1)
     .1155573906
```

G20e X = het aantal keer klaverenkaarten. Volgens de tabel is $P(X \leq 4) = \dfrac{130 + 802 + 2060 + 2865 + 2358}{10000} = \dfrac{8242}{10000} = 0{,}8242$.
$P(X \leq 4) = P(Y \leq 4{,}5) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 4.5, 3.25, 1.365) \approx 0{,}8201$.
Het verschil $0{,}8242 - 0{,}8201 = 0{,}0041 < 0{,}01$.

```
normalcdf(-10^99
,4.5,3.25,1.365)

     .8201012512
```

```
130+802+2060+286
5+2385
            8242
```

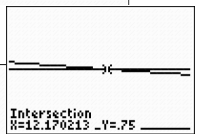
G21a $\text{normalcdf}(-10^{99}, 36 \cdot 7, 280, 12.2) \approx 0{,}0109$. (36 weken zijn $36 \cdot 7$ dagen)
Dus bij $Ans \cdot 199\,205 \approx 2164$ bevallingen.

```
normalcdf(-10^99
,36*7,280,12.2)
    .0108641836
Ans*199205
    2164.199702
```

G21b $\text{normalcdf}(280 - 14, 280 + 14, 280, \sigma) = 0{,}75$ (intersect) $\Rightarrow \sigma \approx 12{,}17$ dagen.

```
Plot1 Plot2 Plot3
\Y1=normalcdf(26
6,294,280,X)
\Y2=0.75
\Y3=
\Y4=
```

```
WINDOW
 Xmin=10
 Xmax=14
 Xscl=0
 Ymin=0
 Ymax=0.75*2
 Yscl=0
 Xres=1
```



G21c P(hetzelfde geslacht) $= P(jjj) + P(mmm) = 0{,}443^3 + 0{,}557^3 \approx 0{,}260$.

```
0.443^3+0.557^3
          .259747
```

G22a P(een stuk zeep weegt minder dan 90 gram) $= \text{normalcdf}(-10^{99}, 90, 93, 1.4) \approx 0{,}016$.
Dus (ongeveer) 1,6% (minder dan 2%) heeft een gewicht van minder dan 90 gram.
Dus Sanove voldoet aan de norm.

```
normalcdf(-10^99
,90,93,1.4)
    .0160622279
Ans*100
    1.606222787
```

G22b $P(T < 460) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 460, 93 \cdot 5, 1.4\sqrt{5}) \approx 0{,}055$.

```
normalcdf(-10^99
,460,93*5,1.4√(5
))
     .0551115217
```

G22c P(gewicht onder gemiddelde) $= P$(gewicht boven gemiddelde) $= \frac{1}{2}$.
P(opnieuw instellen) $= P$(alle 10 onder gemiddelde) $+ P$(alle 10 boven gemiddelde) $= \left(\frac{1}{2}\right)^{10} + \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \approx 0{,}02$.

```
(1/2)^10
     9.765625E-4
Ans*2
     .001953125
```

G22d P(een stuk zeep wijkt meer dan 3σ van μ af) $= 1 - \text{normalcdf}(93 - 3 \cdot 1.4, 93 + 3 \cdot 1.4, 93, 1.4) \approx 0{,}0027\ldots$
X = het aantal stukken zeep dat meer dan 3σ van het gemiddelde afwijkt.
P(opnieuw instellen) $= P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \text{binompdf}(10, \text{Ans}, 0) \approx 0{,}027$.
OF......P(opnieuw instellen) $= P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - (1 - \text{Ans})^{10} \approx 0{,}027$.

```
1-normalcdf(93-3
*1.4,93+3*1.4,93
,1.4)→X
    .0026999344
```

```
1-binompdf(10,An
s,0)
     .026673661
1-(1-X)^10
     .026673661
```