

1a $f(x) = 6x^4 + 6 \cdot \sqrt{x} - \frac{6}{x^4} = 6x^4 + 6 \cdot x^{\frac{1}{2}} - 6x^{-4} \Rightarrow f'(x) = 24x^3 + 3 \cdot x^{-\frac{1}{2}} + 24x^{-5} = 24x^3 + \frac{3}{\sqrt{x}} + \frac{24}{x^5}$.

1b $g(x) = 5 \cdot \sqrt{x^2 - 8} \Rightarrow g'(x) = 5 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2 - 8}} \cdot 2x = \frac{5x}{\sqrt{x^2 - 8}}$.

Onthoud: $y = \sqrt{x} \Rightarrow y'(x) = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}$

1c $h(x) = \frac{3x^2 - 2x + 1}{x} = 3x - 2 + \frac{1}{x} = 3x - 2 + x^{-1} \Rightarrow h'(x) = 3 - 1x^{-2} = 3 - \frac{1}{x^2}$.

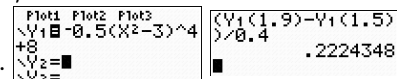
1d $k(x) = 3(2x - 1)^7 + 8x \Rightarrow k'(x) = 21(2x - 1)^6 \cdot 2 + 8 = 42(2x - 1)^6 + 8$.

2a $A = \frac{3}{t} + 3 \cdot \sqrt{t} - 3t = 3t^{-1} + 3 \cdot t^{\frac{1}{2}} - 3t \Rightarrow \frac{dA}{dt} = A'(t) = -3t^{-2} + 3 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{t}} - 3 = -\frac{3}{t^2} + \frac{3}{2 \cdot \sqrt{t}} - 3$.

2b $P = 5q^2 + \sqrt{6q + 15} \Rightarrow P'(q) = 10q + \frac{1}{2 \cdot \sqrt{6q + 15}} \cdot 6 = 10q + \frac{3}{\sqrt{6q + 15}}$.

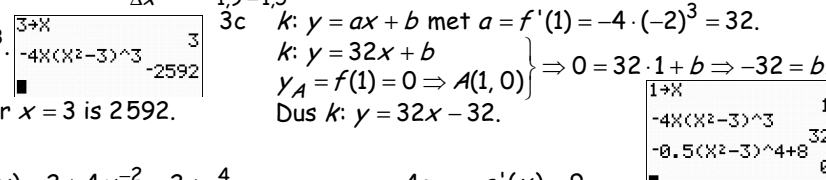
2c $R = \frac{6p^2 + 2p + 3}{2p} = 3p + 1 + \frac{3}{2p} = 3p + 1 + \frac{3}{2}p^{-1} \Rightarrow \frac{dR}{dp} = R'(p) = 3 - 1 \cdot \frac{3}{2}p^{-2} = 3 - \frac{3}{2p^2}$.

3a De gemiddelde snelheid op het interval [1,9;1,5] is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(1,9) - f(1,5)}{1,9 - 1,5} \approx 0,22$.



3b $f'(x) = -2(x^2 - 3)^3 \cdot 2x = -4x(x^2 - 3)^3$. Dus $f'(3) = -4 \cdot 3(3^2 - 3)^3 = -2592$. De snelheid waarmee $f(x)$ afneemt voor $x = 3$ is 2592.

3c $k: y = ax + b$ met $a = f'(1) = -4 \cdot (-2)^3 = 32$.
 $k: y = 32x + b$
 $y_A = f(1) = 0 \Rightarrow A(1, 0) \Rightarrow 0 = 32 \cdot 1 + b \Rightarrow -32 = b$.
 Dus $k: y = 32x - 32$.



4a $g(x) = 2x - \frac{4}{x} + 1 = 2x - 4x^{-1} + 1 \Rightarrow g'(x) = 2 + 4x^{-2} = 2 + \frac{4}{x^2}$.
 $g'(3) = 2 + \frac{4}{3^2} = 2\frac{4}{9} > 0$, dus $g(x)$ neemt toe voor $x = 3$.

4c $g'(x) = 9$
 $2 + \frac{4}{x^2} = 9$

4b $l: y = ax + b$ met $a = g'(2) = 2 + \frac{4}{2^2} = 2 + 1 = 3$.
 $l: y = 3x + b$
 $y_P = g(2) = 2 \cdot 2 - \frac{4}{2} + 1 = 3 \Rightarrow P(2, 3) \Rightarrow 3 = 3 \cdot 2 + b \Rightarrow -3 = b$.
 Dus $l: y = 3x - 3$.

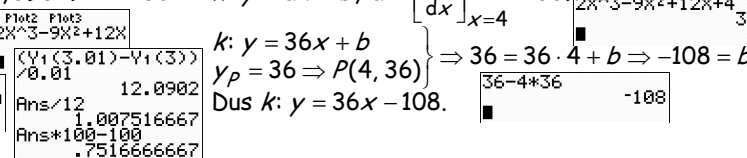
$\frac{4}{x^2} = 7$
 $7x^2 = 4$
 $x^2 = \frac{4}{7}$
 $x = \sqrt{\frac{4}{7}} \vee x = -\sqrt{\frac{4}{7}}$

5a $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 4 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 6x^2 - 18x + 12$ en de snelheid is $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=3} = 6 \cdot 3^2 - 18 \cdot 3 + 12 = 12$.

5b De gemiddelde snelheid is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y(3,01) - y(3)}{3,01 - 3} = 12,0902$.
 Dit wijkt $\frac{12,0902 - 12}{12} \times 100\% \approx 0,8\%$ af.

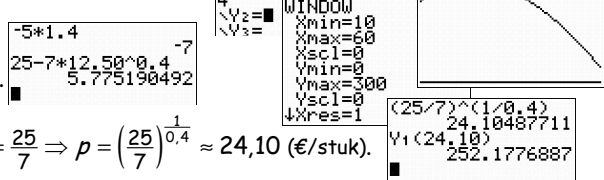
5d $k: y = ax + b$, $a = \left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=4} = 36$.
 $k: y = 36x + b$
 $y_P = 36 \Rightarrow P(4, 36) \Rightarrow 36 = 36 \cdot 4 + b \Rightarrow -108 = b$.
 Dus $k: y = 36x - 108$.

5c $\left[\frac{dy}{dx}\right]_{x=2} = 6 \cdot 2^2 - 18 \cdot 2 + 12 = 0$.
 Het extreem (maak een plot) is een minimum.



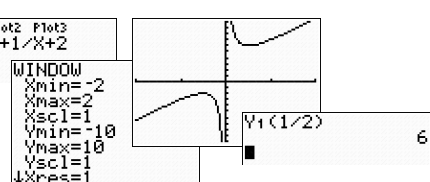
6a $q = 80 + 25p - 5p^{1,4} \Rightarrow \frac{dq}{dp} = q'(p) = 25 - 7p^{0,4}$.

Snelheid is $\left[\frac{dq}{dp}\right]_{p=12,50} = 25 - 7 \cdot 12,50^{0,4} \approx 5,78$ (€/stuk).

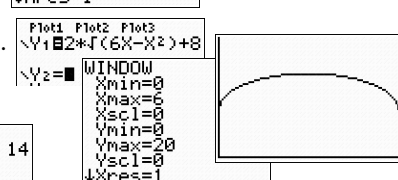


6b $\frac{dq}{dp} = 25 - 7p^{0,4} = 0$ (intersect of) $\Rightarrow 25 = 7p^{0,4} \Rightarrow p^{0,4} = \frac{25}{7} \Rightarrow p = \left(\frac{25}{7}\right)^{\frac{1}{0,4}} \approx 24,10$ (€/stuk).
 De maximale weekverkoop (zie een plot) is 252 stuks.

7a $y = 4x + \frac{1}{x} + 2 = 4x + x^{-1} + 2 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = y'(x) = 4 - x^{-2} = 4 - \frac{1}{x^2}$.
 $\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow 4 - \frac{1}{x^2} = 0 \Rightarrow 4 = \frac{1}{x^2} \Rightarrow 4x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \vee x = -\frac{1}{2}$.
 y_{\min} (zie een plot) is $y\left(\frac{1}{2}\right) = 6$.



7b $y = 2 \cdot \sqrt{6x - x^2} + 8 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = y'(x) = 2 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{6x - x^2}} \cdot (6 - 2x) = \frac{6 - 2x}{\sqrt{6x - x^2}}$.
 $\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{6 - 2x}{\sqrt{6x - x^2}} = 0$ (teller = 0) $\Rightarrow 6 - 2x = 0 \Rightarrow 6 = 2x \Rightarrow x = 3$.
 y_{\max} ($x = 3$ is de enige kandidaat of zie een plot) is $y(3) = 14$.



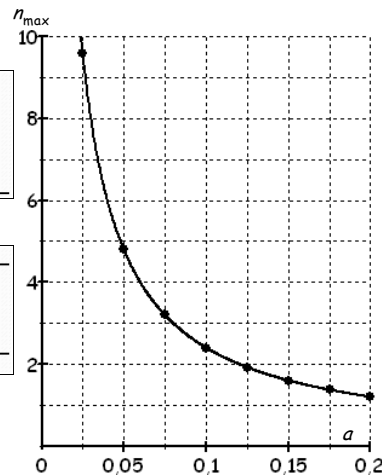
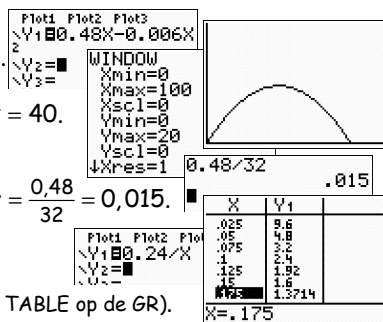
8a $E(n) = 0,48n - 0,006n^2 \Rightarrow E'(n) = 0,48 - 0,012n$.
 $E'(40) = 0,48 - 0,012 \cdot 40 = 0$.
 $E(n)$ is maximaal (één kandidaat/zie een plot) voor $x = 40$.

8b $E(n) = 0,48n - an^2 \Rightarrow E'(n) = 0,48 - 2an$.

$$E'(16) = 0 \Rightarrow 0,48 - 2a \cdot 16 = 0 \Rightarrow 0,48 = 32a \Rightarrow a = \frac{0,48}{32} = 0,015.$$

8c $E'(n) = 0 \Rightarrow 0,48 = 2an \Rightarrow n = n_{\max} = \frac{0,48}{2a} = \frac{0,24}{a}$.

Zie de grafiek van $n_{\max} = \frac{0,24}{a}$ hiernaast (gebruik TABLE op de GR).



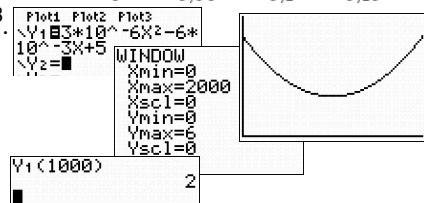
9 $K = 10^{-6}q^3 - 3 \cdot 10^{-3}q^2 + 5q + 1000 \Rightarrow \frac{dK}{dq} = K'(q) = 3 \cdot 10^{-6}q^2 - 6 \cdot 10^{-3}q + 5$.

$$\frac{dK}{dq} = K'(q) = 3 \cdot 10^{-6}q^2 - 6 \cdot 10^{-3}q + 5 \Rightarrow \frac{d}{dq} \left(\frac{dK}{dq} \right) = K''(q) = 6 \cdot 10^{-6}q - 6 \cdot 10^{-3}$$

$$\frac{d}{dq} \left(\frac{dK}{dq} \right) = 0 \Rightarrow 6 \cdot 10^{-6}q - 6 \cdot 10^{-3} = 0 \Rightarrow q = \frac{6 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-6}} = 1000.$$

$\frac{dK}{dq}$ is minimaal (er is maar één kandidaat/zie een plot van $\frac{dK}{dq}$) voor $q = 1000$.

$$\left[\frac{dK}{dq} \right]_{q=1000} = 2, \text{ dus de minimale snelheid waarmee } K \text{ toeneemt is } 2 \text{ (€/stuk).}$$



10a $N = -t^3 + 6t^2 + 15t \Rightarrow \frac{dN}{dt} = N'(t) = -3t^2 + 12t + 15 \Rightarrow \frac{d}{dt} \left(\frac{dN}{dt} \right) = N''(t) = -6t + 12$.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{dN}{dt} \right) = 0 \Rightarrow -6t + 12 = 0 \Rightarrow -6t = -12 \Rightarrow t = \frac{-12}{-6} = 2.$$

$\frac{dN}{dt}$ is maximaal (er is maar één kandidaat of zie een plot van $\frac{dN}{dt}$) voor $t = 2$. Dus na 2 uur is de snelheid maximaal.

10b $\left[\frac{dN}{dt} \right]_{t=0} = -3 \cdot 0^2 + 12 \cdot 0 + 15 = 15$.

$\frac{dN}{dt} = 15 \Rightarrow -3t^2 + 12t + 15 = 15 \Rightarrow -3t^2 + 12t = 0 \Rightarrow -3t(t - 4) = 0 \Rightarrow t = 0$ (zoeken we niet) $\vee t = 4$. Dus na 4 uur.

11 Grafiek C hoort bij de grafiek van de marginale kosten. Er geldt $MK = \frac{dK}{dq}$ (de helling van de grafiek van K).

De grafiek van K gaat van afnemend stijgend over in toenemend stijgend.

De helling van de grafiek van de grafiek van K is overal positief, maar neemt eerst af en daarna weer toe $\Rightarrow C$.

12a De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ ligt onder de x -as (\Rightarrow de helling van y is negatief) \Rightarrow de grafiek van y is dalend.

12b De grafiek van y gaat van toenemend stijgend over naar afnemend stijgend.

12c De grafiek van y gaat van afnemend dalend over naar toenemend dalend.

12d De grafiek van y gaat van afnemend stijgend over naar toenemend stijgend.

12e De grafiek van y is afnemend stijgend. 12f De grafiek van y (gaat over van dalen naar stijgen) heeft een minimum.

13a De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ ligt onder de x -as (de grafiek van y is dalend) en is stijgend (de daling neemt af).

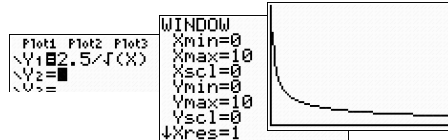
13b De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ gaat van onder de x -as (de grafiek van y daalt) naar boven de x -as (de grafiek van y stijgt).

13c De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ ligt boven de x -as (de grafiek van y is stijgend) en is dalend (de stijging neemt af).

13d De grafiek van $\frac{dy}{dx}$ heeft een laagste punt (als helling van y minimaal is) en ligt geheel boven de x -as (y is stijgt steeds).

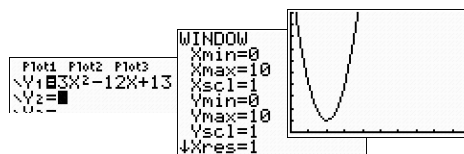
14 $y = 5 \cdot \sqrt{x} - 3 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = y'(x) = 5 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}} = \frac{2,5}{\sqrt{x}}$.

Uit een plot van $\frac{dy}{dx}$ (zie hiernaast) volgt:



- de grafiek van $\frac{dy}{dx}$ ligt geheel boven de x -as (de helling van y steeds is positief), dus de grafiek van y is stijgend
- de grafiek van $\frac{dy}{dx}$ is bovendien dalend (helling wordt minder positief), dus de grafiek van y is afnemend stijgend.

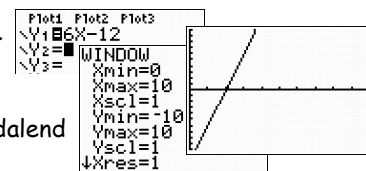
15a $K = q^3 - 6q^2 + 13q + 15 \Rightarrow \frac{dK}{dq} = K'(q) = 3q^2 - 12q + 13.$



Uit een plot van $\frac{dK}{dq}$ (zie hiernaast) volgt:

- de grafiek van $\frac{dK}{dq}$ ligt geheel boven de q -as (de helling van K is steeds positief), dus de grafiek van K is stijgend
- de grafiek van $\frac{dK}{dq}$ is bovendien eerst dalend en daarna stijgend, dus de grafiek van K gaat van afnemend stijgend over in toenemend stijgend.

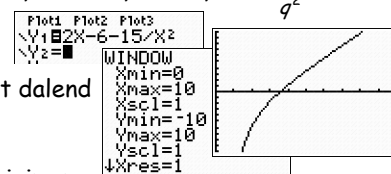
15b $MK = \frac{dK}{dq} = 3q^2 - 12q + 13 \Rightarrow \frac{dMK}{dq} = MK'(q) = 6q - 12$ (met als grafiek een stijgende lijn).



Uit een plot van $\frac{dMK}{dq}$ (zie hiernaast) volgt:

- de grafiek van $\frac{dMK}{dq}$ ligt eerst onder de q -as, dus de grafiek van MK begint dalend
- de grafiek van $\frac{dMK}{dq}$ snijdt dan (voor $q = 6$) de q -as en komt dan boven de q -as, dus de grafiek van MK gaat van dalend over in stijgend en heeft dus een minimum (voor $q = 6$).

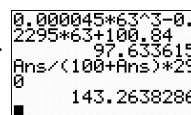
15c $GK = \frac{q^3 - 6q^2 + 13q + 15}{q} = q^2 - 6q + 13 + \frac{15}{q} = q^2 - 6q + 13 + 15q^{-1} \Rightarrow \frac{dGK}{dq} = GK'(q) = 2q - 6 - 15q^{-2} = 2q - 6 - \frac{15}{q^2}.$



Uit een plot van $\frac{dGK}{dq}$ (zie hiernaast) volgt:

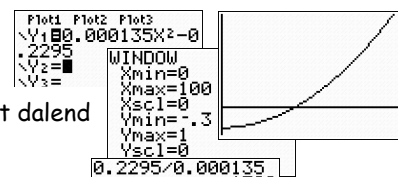
- de grafiek van $\frac{dGK}{dq}$ ligt eerst onder de q -as, dus de grafiek van GK begint dalend
- de grafiek van $\frac{dGK}{dq}$ snijdt dan de q -as en komt dan boven de q -as, dus de grafiek van GK gaat van dalend over in stijgend en heeft dus een minimum.

16a In 2004 is $t = 63 \Rightarrow N \approx 97,63...$ (mannen op elke 100 vrouwen).



Er waren toen $\frac{97,63...}{97,63... + 100} \cdot 290 \approx 143,2$ miljoen mannen.

16b $N = 0,000045t^3 - 0,2295t + 100,84 \Rightarrow \frac{dN}{dt} = N'(t) = 0,000135t^2 - 0,2295.$

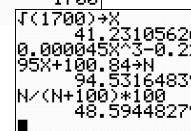


Uit een plot van $\frac{dN}{dt}$ (zie hiernaast) volgt:

- de grafiek van $\frac{dN}{dt}$ ligt eerst onder de t -as, dus de grafiek van N is eerst dalend
- de grafiek van $\frac{dN}{dt}$ snijdt dan de t -as en komt dan boven de t -as, dus de grafiek van N gaat van dalend over in stijgend en heeft dus een minimum.

16c $\frac{dN}{dt} = 0 \Rightarrow 0,000135t^2 - 0,2295 = 0 \Rightarrow 0,000135t^2 = 0,2295 \Rightarrow t^2 = 1700 \Rightarrow t = \sqrt{1700} \approx 41,2...$

$t = \sqrt{1700}$ geeft $N_{\min} \approx 94,5...$ Het percentage mannen in 1981 is $\frac{94,5...}{94,5... + 100} \times 100\% \approx 48,6\%.$



17a $p(x) = x^2(2x + 1) = 2x^3 + x^2 \Rightarrow p'(x) = 6x^2 + 2x.$

17b $f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x$
 $g(x) = 2x + 1 \Rightarrow g'(x) = 2$
 $\left. \begin{array}{l} f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x \\ g(x) = 2x + 1 \Rightarrow g'(x) = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow f'(x) \cdot g'(x) = 2x \cdot 2 = 4x.$

17c $p(x) = f(x) \cdot g(x)$ maar $p'(x) = 6x^2 + 2x \neq f'(x) \cdot g'(x) = 4x.$

18a $f(x) = x(2x + 1)^3 \Rightarrow f'(x) = 1 \cdot (2x + 1)^3 + x \cdot 3(2x + 1)^2 \cdot 2 = (2x + 1)^3 + 6x(2x + 1)^2.$

18b $g(x) = x \cdot \sqrt{1 - 3x} \Rightarrow g'(x) = 1 \cdot \sqrt{1 - 3x} + x \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{1 - 3x}} \cdot -3 = \sqrt{1 - 3x} - \frac{3x}{2 \cdot \sqrt{1 - 3x}}.$

18c $h(x) = 5x + x^2(x^2 + 1)^{1,8} \Rightarrow h'(x) = 5 + 2x \cdot (x^2 + 1)^{1,8} + x^2 \cdot 1,8(x^2 + 1)^{0,8} \cdot 2x = 5 + 2x(x^2 + 1)^{1,8} + 3,6x^3(x^2 + 1)^{0,8}.$

18d $k(x) = 6(2x - 1) \cdot \sqrt{2x - 1} \Rightarrow k'(x) = 6 \cdot 2 \cdot \sqrt{2x - 1} + 6(2x - 1) \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{2x - 1}} \cdot 2 = 12 \cdot \sqrt{2x - 1} + \frac{6(2x - 1)}{\sqrt{2x - 1}}.$

19a $y = (x + 3)(2x - 5)^2 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 1 \cdot (2x - 5)^2 + (x + 3) \cdot 2(2x - 5) \cdot 2 = (2x - 5)^2 + 4(x + 3)(2x - 5).$

19b $y = (x^2 - 1) \cdot \sqrt{x^2 + 4} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 2x \cdot \sqrt{x^2 + 4} + (x^2 - 1) \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2 + 4}} \cdot 2x = 2x \cdot \sqrt{x^2 + 4} + \frac{x(x^2 - 1)}{\sqrt{x^2 + 4}}.$

19c $K = 7q \cdot \sqrt{100 - q} \Rightarrow \frac{dK}{dq} = 7 \cdot \sqrt{100 - q} + 7q \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{100 - q}} \cdot -1 = 7 \cdot \sqrt{100 - q} - \frac{7q}{2 \cdot \sqrt{100 - q}}$.

19d $A = 5t^3 - t \cdot \sqrt{2 - 3t} \Rightarrow \frac{dA}{dt} = 15t^2 - 1 \cdot \sqrt{2 - 3t} - t \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{2 - 3t}} \cdot -3 = 15t^2 - \sqrt{2 - 3t} + \frac{3t}{2 \cdot \sqrt{2 - 3t}}$.

20a $[5x^3]' = [5 \cdot x^3]' = [5]' \cdot x^3 + 5 \cdot [x^3]' = 0 \cdot x^3 + 5 \cdot [x^3]' = 5 \cdot [x^3]'$.

20b $[a \cdot f]' = [a]' \cdot f + a \cdot [f]' = 0 \cdot f + a \cdot [f]' = a \cdot f'$.

21a $8(x+1)^2 + 3(x+1) = (x+1)(8(x+1)+3) = (x+1)(8x+8+3) = (x+1)(8x+11)$.

21b $6(2x-1)^5 - 2(2x-1)^4 = (2x-1)^4(6(2x-1)-2) = (2x-1)^4(12x-6-2) = (2x-1)^4(12x-8)$.

21c $(x+3) \cdot \sqrt{5-x} - 2 \cdot \sqrt{5-x} = \sqrt{5-x} \cdot ((x+3)-2) = \sqrt{5-x} \cdot (x+3-2) = \sqrt{5-x} \cdot (x+1)$.

21d $(2x-3)(x-7)^5 - (x-7)^3 = (x-7)^3((2x-3)(x-7)^2 - 1) = (x-7)^3((2x-3)(x^2-14x+49) - 1)$
 $= (x-7)^3(2x^3 - 28x^2 + 98x - 3x^2 + 42x - 147 - 1) = (x-7)^3(2x^3 - 31x^2 + 140x - 148)$.

22a $\sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{x}} = \frac{x}{\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{x}} = \frac{x+3}{\sqrt{x}}$.

22b $\sqrt{1-x} + \frac{3}{\sqrt{1-x}} = \frac{(\sqrt{1-x})^2}{\sqrt{1-x}} + \frac{3}{\sqrt{1-x}} = \frac{1-x}{\sqrt{1-x}} + \frac{3}{\sqrt{1-x}} = \frac{4-x}{\sqrt{1-x}}$.

22c $\sqrt{x^2+3} + \frac{5x}{\sqrt{x^2+3}} = \frac{(\sqrt{x^2+3})^2}{\sqrt{x^2+3}} + \frac{5x}{\sqrt{x^2+3}} = \frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+3}} + \frac{5x}{\sqrt{x^2+3}} = \frac{x^2+5x+3}{\sqrt{x^2+3}}$.

22d $2 \cdot \sqrt{2x-1} - \frac{4}{\sqrt{2x-1}} = \frac{2(\sqrt{2x-1})^2}{\sqrt{2x-1}} - \frac{4}{\sqrt{2x-1}} = \frac{2(2x-1)}{\sqrt{2x-1}} - \frac{4}{\sqrt{2x-1}} = \frac{4x-2-4}{\sqrt{2x-1}} = \frac{4x-6}{\sqrt{2x-1}}$.

23a $f(x) = 4x(3x-1)^5 \Rightarrow f'(x) = 4 \cdot (3x-1)^5 + 4x \cdot 5(3x-1)^4 \cdot 3 = 4 \cdot (3x-1)^5 + 60x \cdot (3x-1)^4$
 $= (3x-1)^4 \cdot (4(3x-1) + 60x) = (3x-1)^4 \cdot (12x-4+60x) = (3x-1)^4 \cdot (72x-4)$.

23b $g(x) = x(1-x^2)^4 \Rightarrow g'(x) = 1 \cdot (1-x^2)^4 + x \cdot 4(1-x^2)^3 \cdot -2x = (1-x^2)^4 - 8x^2 \cdot (1-x^2)^3$
 $= (1-x^2)^3 \cdot ((1-x^2) - 8x^2) = (1-x^2)^3 \cdot (1-x^2-8x^2) = (1-x^2)^3 \cdot (1-9x^2)$.

23c $h(x) = x\sqrt{2-2x} \Rightarrow h'(x) = 1 \cdot \sqrt{2-2x} + x \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{2-2x}} \cdot -2 = \sqrt{2-2x} - \frac{x}{\sqrt{2-2x}} = \frac{(\sqrt{2-2x})^2}{\sqrt{2-2x}} - \frac{x}{\sqrt{2-2x}} = \frac{2-2x-x}{\sqrt{2-2x}} = \frac{2-3x}{\sqrt{2-2x}}$.

24a $f(x) = x\sqrt{3+2x} \Rightarrow f'(x) = 1 \cdot \sqrt{3+2x} + x \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{3+2x}} \cdot 2 = \sqrt{3+2x} + \frac{x}{\sqrt{3+2x}} = \frac{(\sqrt{3+2x})^2}{\sqrt{3+2x}} + \frac{x}{\sqrt{3+2x}} = \frac{3+2x+x}{\sqrt{3+2x}} = \frac{3x+3}{\sqrt{3+2x}}$.

24b $f'(x) = \frac{3x+3}{\sqrt{3+2x}} = 0$ (teller = 0)
 $3x+3=0$
 $3x=-3$
 $x=-1$
 Minimum (zie een plot) van f is $f(-1) = -1$.

24c $k: y = ax + b$ met $a = f'(3) = \frac{3 \cdot 3 + 3}{\sqrt{3+2 \cdot 3}} = \frac{12}{3} = 4$.
 $k: y = 4x + b$
 $y_A = f(3) = 3 \cdot \sqrt{9} = 9 \Rightarrow A(3, 9)$
 Dus $k: y = 4x - 3$.

WINDOW
 Xmin=-2
 Xmax=5
 Xscl=0
 Ymin=-2
 Ymax=10
 Yscl=0
 Xres=1

geen maximum
 maar minimum

Plot1 Plot2 Plot3
 $\sqrt{V1} \cdot X \cdot (3+2X)$
 $V2 =$

25a $g(x) = x(2-x)^4 + 2 \Rightarrow g'(x) = 1 \cdot (2-x)^4 + x \cdot 4(2-x)^3 \cdot -1 = (2-x)^4 - 4x(2-x)^3$
 $= (2-x)^3((2-x) - 4x) = (2-x)^3(2-x-4x) = (2-x)^3(2-5x)$.

25b $g'(x) = (2-x)^3(2-5x) = 0$
 $2-x=0 \vee 2-5x=0$
 $2=x \vee 2=5x$
 $x=2 \vee x=\frac{2}{5}=0,4$.

25c $l: y = ax + b$ met $a = g'(0) = 2^3 \cdot 2 = 16$.
 $l: y = 16x + b$
 $y_P = g(0) = 2 \Rightarrow P(0, 2)$
 Dus $l: y = 16x + 2$.

WINDOW
 Xmin=-1
 Xmax=5
 Xscl=0
 Ymin=-1
 Ymax=5
 Yscl=0
 Xres=1

Plot1 Plot2 Plot3
 $\sqrt{V1} \cdot X \cdot (2-X)^4 + 2$
 $V2 =$

Het maximum (zie een plot) van g is $g(0,4) = 4,61244$ en het minimum (zie een plot) is $g(2) = 2$.

26a $f(x) = 3x+2 \Rightarrow f'(x) = 3$
 $n(x) = x+2 \Rightarrow n'(x) = 1$
 $\Rightarrow \frac{f'(x)}{n'(x)} = \frac{3}{1} = 3$.

26b $q(x) = \frac{f(x)}{n(x)} = \frac{3x+2}{x+2} \Rightarrow q'(x) \approx nDeriv(...)$
 TABLE laat zien dat $q'(x) \neq \frac{f'(x)}{n'(x)} = 3$.

Plot1 Plot2 Plot3
 $\sqrt{V1} \cdot X \cdot (3X+2) \cdot (X+2)$
 $V2 = nDeriv(V1, X,$
 $X)$
 $V3 =$

X	V1	V2
0	1	1
1	1.6667	1.4444
2	2	2.5
3	3.3333	11.1111
4	4.6667	28.4444
5	6	62.5

X=0

□

$$27a \quad y = \frac{x+1}{x-4} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{(x-4) \cdot 1 - (x+1) \cdot 1}{(x-4)^2} = \frac{x-4-x-1}{(x-4)^2} = \frac{-5}{(x-4)^2}$$

$$y = \frac{t}{n} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \left[\frac{t}{n} \right]' = \frac{n \cdot t' - t \cdot n'}{n^2} = \frac{n \cdot at - t \cdot an}{n^2}$$

$$27b \quad y = 7x + \frac{-2x+3}{x+7} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 7 + \frac{(x+7) \cdot (-2) - (-2x+3) \cdot 1}{(x+7)^2} = 7 + \frac{-2x-14+2x-3}{(x+7)^2} = 7 - \frac{17}{(x+7)^2}$$

$$27c \quad y = \frac{3x^2}{6-x} + 4x^3 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{(6-x) \cdot 6x - 3x^2 \cdot (-1)}{(6-x)^2} + 12x^2 = \frac{36x - 6x^2 + 3x^2}{(6-x)^2} + 12x^2 = \frac{-3x^2 + 36x}{(6-x)^2} + 12x^2$$

$$27d \quad y = \frac{4x+x^3}{8x^2-5} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{(8x^2-5) \cdot (4+3x^2) - (4x+x^3) \cdot 16x}{(8x^2-5)^2} = \frac{32x^2+24x^4-20-15x^2-64x^2-16x^4}{(8x^2-5)^2} = \frac{8x^4-47x^2-20}{(8x^2-5)^2}$$

$$28a \quad A = \frac{-2}{3+2t} + 5t \Rightarrow \frac{dA}{dt} = \frac{(3+2t) \cdot 0 - (-2) \cdot 2}{(3+2t)^2} + 5 = \frac{4}{(3+2t)^2} + 5$$

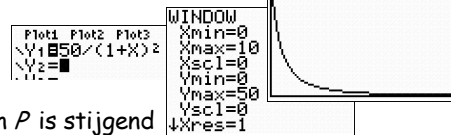
$$28b \quad K = 2q - \frac{1}{q+8} \Rightarrow \frac{dK}{dq} = 2 - \frac{(q+8) \cdot 0 - 1 \cdot 1}{(q+8)^2} = 2 + \frac{1}{(q+8)^2}$$

$$28c \quad P = \left(\frac{2}{1+q} \right)^3 \Rightarrow \frac{dP}{dq} = 3 \cdot \left(\frac{2}{1+q} \right)^2 \cdot \frac{(1+q) \cdot 0 - 2 \cdot 1}{(1+q)^2} = 3 \cdot \left(\frac{2}{1+q} \right)^2 \cdot \frac{-2}{(1+q)^2} = 3 \cdot \frac{4}{(1+q)^2} \cdot \frac{-2}{(1+q)^2} = \frac{-24}{(1+q)^4}$$

$$28d \quad N = \left(\frac{2t}{t-1} \right)^4 \Rightarrow \frac{dN}{dq} = 4 \cdot \left(\frac{2t}{t-1} \right)^3 \cdot \frac{(t-1) \cdot 2 - 2t \cdot 1}{(t-1)^2} = 4 \cdot \left(\frac{2t}{t-1} \right)^3 \cdot \frac{2t-2-2t}{(t-1)^2} = 4 \cdot \frac{8t^3}{(t-1)^3} \cdot \frac{-2}{(t-1)^2} = \frac{-64t^3}{(t-1)^5}$$

29a De procentuele toename is $\frac{P(6,5) - P(4,5)}{P(4,5)} \times 100\% \approx 1,7\%$.

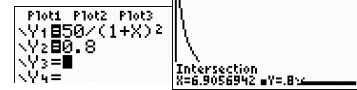
$$29b \quad P = 150 - \frac{50}{1+x} \Rightarrow \frac{dP}{dx} = 0 - \frac{(1+x) \cdot 0 - 50 \cdot 1}{(1+x)^2} = \frac{50}{(1+x)^2}$$



Uit een plot van $\frac{dP}{dx}$ (zie hiernaast) volgt:

- de grafiek van $\frac{dP}{dx}$ ligt boven de x -as, dus de grafiek van P is stijgend
- de grafiek van $\frac{dP}{dx}$ is bovendien dalend, dus de grafiek van P is afnemend stijgend.

$$29c \quad \frac{dP}{dx} = \frac{50}{(1+x)^2} = 0,8 \text{ (intersect)} \Rightarrow x \approx 6,9$$



$\frac{dP}{dx} < 0,8$ (zie een plot) $\Rightarrow 6,9 < x (\leq 10)$.

$$30a \quad q = 20 \Rightarrow 20 = \frac{20p+1600}{4p+5} \quad 30b \quad q = \frac{20p+1600}{4p+5} \Rightarrow \frac{dq}{dp} = \frac{(4p+5) \cdot 20 - (20p+1600) \cdot 4}{(4p+5)^2} = \frac{80p+100-80p-6400}{(4p+5)^2} = \frac{-6300}{(4p+5)^2}$$

$$20(4p+5) = 20p+1600$$

$$80p+100 = 20p+1600$$

$$60p = 1500 \quad \left[\frac{1500}{60} \right] = 25$$

$p = 25$ (€).

$$\frac{dq}{dp} = \frac{-6300}{(4p+5)^2} < 0 \text{ voor elke } p, \text{ dus de verkoop neemt af bij toenemende prijs.}$$

$$30c \quad \text{Snelheid } \left[\frac{dq}{dp} \right]_{p=18} = \frac{-6300}{(4 \cdot 18 + 5)^2} \approx -1,06 \Rightarrow \text{verkoop neemt af met 1,06 kist/euro.}$$

31a De snelheid is $\left[\frac{dP}{dt} \right]_{t=4} \approx 5,19$ %/week (of met nDeriv(...) of met de afgeleide uit 31b).

Dit is (ongeveer) 0,74 %/dag.

$$31b \quad P = \frac{100(t^2 - t + 1)}{t^2 + 1} \Rightarrow \frac{dP}{dt} = \frac{(t^2+1) \cdot 100(2t-1) - 100(t^2-t+1) \cdot 2t}{(t^2+1)^2} = \frac{200t^3 - 100t^2 + 200t - 100 - 200t^3 + 200t^2 - 200t}{(t^2+1)^2} = \frac{100t^2 - 100}{(t^2+1)^2}$$

$$\frac{dP}{dt} = \frac{100t^2 - 100}{(t^2+1)^2} = 0 \text{ (teller} = 0) \Rightarrow 100t^2 - 100 = 0 \Rightarrow 100t^2 = 100 = 0 \Rightarrow t^2 = 1 \Rightarrow t = 1$$

Uit een plot van P (zie bij 31a) volgt dat het zuurstofgehalte na 1 week minimaal is.

$$31c \quad P = \frac{100(t^2 - t + 1)}{t^2 + 1} = 98 \text{ (intersect)} \Rightarrow t \approx 0,02 \text{ (niet de juiste)} \vee t \approx 49,98 \text{ (weken weer op 98\%).}$$

Dit zijn (ongeveer) 350 dagen.

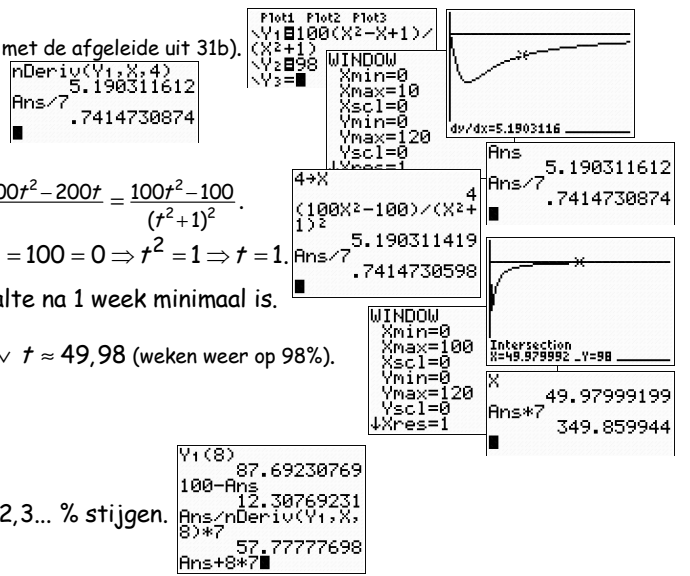
$$31d \quad \left[\frac{dP}{dt} \right]_{t=8} = 1,49 \dots \text{ \%/week.}$$

Het zuurstofgehalte na 8 weken is $P(8) = 87,69 \dots$ %.

Het zuurstofgehalte moet na 8 weken nog $100 - P(8) = 12,3 \dots$ % stijgen.

Dit duurt dan nog $\frac{12,3 \dots}{1,49 \dots} \times 7 \approx 58$ dagen.

Vanaf het begin van de vervuiling duur het $8 \cdot 7 + 58 = 114$ dagen tot het oorspronkelijke (100%) niveau bereikt wordt.



32a $y = 4(3x-2)^3 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 4 \cdot 3 \cdot (3x-2)^2 \cdot 3 = 36(3x-2)^2.$

32b $y = \frac{x+8}{x^2} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{x^2 \cdot 1 - (x+8) \cdot 2x}{(x^2)^2} = \frac{x^2 - 2x^2 - 16x}{x^4} = \frac{-x^2 - 16x}{x^4}.$

32c $y = 4 \cdot \sqrt{x^2-3} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 4 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2-3}} \cdot 2x = \frac{4x}{\sqrt{x^2-3}}.$

32d $y = 6x \cdot \sqrt{5-4x} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 6 \cdot \sqrt{5-4x} + 6x \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{5-4x}} \cdot -4 = 6 \cdot \sqrt{5-4x} - \frac{12x}{\sqrt{5-4x}}.$

32e $y = \frac{3}{(2x-7)^4} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{(2x-7)^4 \cdot 0 - 3 \cdot 4 \cdot (2x-7)^3 \cdot 2}{((2x-7)^4)^2} = \frac{-24(2x-7)^3}{(2x-7)^8} = \frac{-24}{(2x-7)^5}.$

Alternatieve uitwerking: $y = \frac{3}{(2x-7)^4} = 3(2x-7)^{-4} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 3 \cdot -4 \cdot (2x-7)^{-5} \cdot 2 = -24(2x-7)^{-5} = \frac{-24}{(2x-7)^5}.$

32f $y = 4x^2 \cdot \sqrt{x} = 4x^2 \cdot x^{\frac{1}{2}} = 4x^{2\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 4 \cdot 2\frac{1}{2} x^{1\frac{1}{2}} = 10x^{\frac{1}{2}} = 10x \cdot \sqrt{x}.$

Alternatieve uitwerking: $y = 4x^2 \cdot \sqrt{x} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 8x \cdot \sqrt{x} + 4x^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}} = 8x \cdot \sqrt{x} + \frac{2x^2}{\sqrt{x}} (= 8x \cdot \sqrt{x} + 2x \cdot \sqrt{x} = 10x \cdot \sqrt{x}).$

32g $y = 5x + \sqrt{1-x} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 5 + \frac{1}{2 \cdot \sqrt{1-x}} \cdot -1 = 5 - \frac{1}{2 \cdot \sqrt{1-x}}.$

32h $y = \frac{3}{x^2} + \frac{2}{3x} = 3 \cdot x^{-2} + \frac{2}{3} \cdot x^{-1} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -6x^{-3} - \frac{2}{3} \cdot x^{-2} = -\frac{6}{x^3} - \frac{2}{3x^2}.$

Alternatieve uitwerking: $y = \frac{3}{x^2} + \frac{2}{3x} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{x^2 \cdot 0 - 3 \cdot 2x}{(x^2)^2} + \frac{3x \cdot 0 - 2 \cdot 3}{(3x)^2} = \frac{-6x}{x^4} - \frac{6}{9x^2} = -\frac{6}{x^3} - \frac{2}{3x^2}.$

32i $y = 5x \cdot \sqrt{5x} = 5x \cdot (5x)^{\frac{1}{2}} = (5x)^{1\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 1\frac{1}{2} \cdot (5x)^{\frac{1}{2}} \cdot 5 = 7\frac{1}{2} \cdot \sqrt{5x}.$

Alternatieve uitwerking: $y = 5x \cdot \sqrt{5x} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 5 \cdot \sqrt{5x} + 5x \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{5x}} \cdot 5 = 5 \cdot \sqrt{5x} + \frac{25x}{2 \cdot \sqrt{5x}}.$

33a $f(x) = x^2 \cdot (1-x)^6 \Rightarrow f'(x) = 2x \cdot (1-x)^6 + x^2 \cdot 6(1-x)^5 \cdot -1 = 2x \cdot (1-x)^6 - 6x^2 \cdot (1-x)^5$
 $= (1-x)^5 \cdot (2x \cdot (1-x) - 6x^2) = (1-x)^5 \cdot (2x - 2x^2 - 6x^2) = (1-x)^5 \cdot (2x - 8x^2).$

33b $g(x) = 2x^2 \cdot \sqrt{1-x^2} \Rightarrow g'(x) = 4x \cdot \sqrt{1-x^2} + 2x^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{1-x^2}} \cdot -2x = 4x \cdot \sqrt{1-x^2} - \frac{2x^3}{\sqrt{1-x^2}}$
 $= 4x \cdot \frac{(\sqrt{1-x^2})^2}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{2x^3}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{4x(1-x^2) - 2x^3}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{4x - 4x^3 - 2x^3}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{4x - 6x^3}{\sqrt{1-x^2}}.$

33c $y = \frac{x}{(2x-1)^3} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{(2x-1)^3 \cdot 1 - x \cdot 3(2x-1)^2 \cdot 2}{((2x-1)^3)^2} = \frac{(2x-1)^3 - 6x(2x-1)^2}{(2x-1)^6} = \frac{(2x-1)^2 \cdot ((2x-1) - 6x)}{(2x-1)^6} = \frac{2x-1-6x}{(2x-1)^4} = \frac{-4x-1}{(2x-1)^4}.$

34a $f(x) = \frac{x-1}{x+2} \Rightarrow f'(x) = \frac{(x+2) \cdot 1 - (x-1) \cdot 1}{(x+2)^2} = \frac{x+2-x+1}{(x+2)^2} = \frac{3}{(x+2)^2}.$

34b $\frac{3}{(x+2)^2} > 0$ voor elke $x \neq -2$ (zowel de teller als de noemer zijn dan positief). Dus $f'(x) > 0$ voor elke x uit het domein.

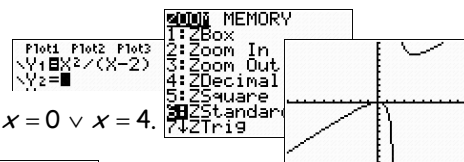
34c Bij extremen van f geldt: $f'(x) = 0$. Omdat $f'(x) = 0$ voor elke x uit het domein, heeft f dus geen extremen.

35a $y = \frac{x^2}{x-2} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{(x-2) \cdot 2x - x^2 \cdot 1}{(x-2)^2} = \frac{2x^2 - 4x - x^2}{(x-2)^2} = \frac{x^2 - 4x}{(x-2)^2}.$

Extremen: $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 - 4x}{(x-2)^2} = 0$ (\Rightarrow teller = 0) $\Rightarrow x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x-4) = 0 \Rightarrow x = 0 \vee x = 4.$

$x = 0$ geeft maximum (zie de plot hiernaast) $y(0) = \frac{0^2}{0-2} = \frac{0}{-2} = 0$ en

$x = 4$ geeft minimum (zie de plot hiernaast) $y(4) = \frac{4^2}{4-2} = \frac{16}{2} = 8.$



35b $y = ax + b$ met $a = \left[\frac{dy}{dx} \right]_{x=3} = \frac{3^2 - 4 \cdot 3}{(3-2)^2} = \frac{9-12}{1^2} = \frac{-3}{1} = -3.$

$y = -3x + b$
 $y_A = \frac{3^2}{3-2} = \frac{9}{1} = 9 \Rightarrow 9 = -3 \cdot 3 + b \Rightarrow 9 + 9 = 18 = b.$

Dus $y = -3x + 18.$

3+X	3
(X^2-4X)/(X-2)	-3
X^2/(X-2)	9
9+3+3	

36a $y = \frac{4x}{x^2+1} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{(x^2+1) \cdot 4 - 4x \cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{4x^2+4-8x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{-4x^2+4}{(x^2+1)^2}$
 $\frac{dy}{dx} = \frac{-4x^2+4}{(x^2+1)^2} = 0 \Rightarrow \text{teller} = 0 \Rightarrow -4x^2 + 4 = 0 \Rightarrow -4x^2 = -4 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = -1 \vee x = 1$
 $x = -1$ geeft minimum (zie de plot hiernaast) $y(-1) = \frac{4 \cdot (-1)}{(-1)^2+1} = \frac{-4}{2} = -2$ en $y_1(-1) = -2$
 $x = 1$ geeft maximum (zie de plot hiernaast) $y(1) = \frac{4 \cdot 1}{1^2+1} = \frac{4}{2} = 2$ en $y_1(1) = 2$

36b $y = 2x + \frac{8}{x} = 2x + 8x^{-1} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 2 - 8x^{-2} = 2 - \frac{8}{x^2}$
 $\frac{dy}{dx} = 2 - \frac{8}{x^2} = 0 \Rightarrow 2 = \frac{8}{x^2} \Rightarrow 2x^2 = 8 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = -2 \vee x = 2$
 $x = -2$ geeft maximum (zie de plot hiernaast) $y(-2) = 2 \cdot (-2) + \frac{8}{-2} = -4 - 4 = -8$ en $y_1(-2) = -8$
 $x = 2$ geeft minimum (zie de plot hiernaast) $y(2) = 2 \cdot 2 + \frac{8}{2} = 4 + 4 = 8$ en $y_1(2) = 8$

36c $y = 1,5x^2 + \frac{24}{x^2} = 1,5x^2 + 24x^{-2} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 3x - 48x^{-3} = 3x - \frac{48}{x^3}$
 $\frac{dy}{dx} = 3x - \frac{48}{x^3} = 0 \Rightarrow 3x = \frac{48}{x^3} \Rightarrow 3x^4 = 48 \Rightarrow x^4 = 16 \Rightarrow x = -2 \vee x = 2$
 $x = -2$ geeft minimum (zie de plot hiernaast) $y(-2) = 1,5 \cdot (-2)^2 + \frac{24}{(-2)^2} = 1,5 \cdot 4 + \frac{24}{4} = 6 + 6 = 12$ en $y_1(-2) = 12$
 $x = 2$ geeft minimum (zie de plot hiernaast) $y(2) = 1,5 \cdot 2^2 + \frac{24}{2^2} = 1,5 \cdot 4 + \frac{24}{4} = 6 + 6 = 12$ en $y_1(2) = 12$

37a $C = \frac{0,16t}{t^2+4t+4} \Rightarrow \frac{dC}{dt} = \frac{(t^2+4t+4) \cdot 0,16 - 0,16t \cdot (2t+4)}{(t^2+4t+4)^2} = \frac{0,16t^2+0,64t+0,64-0,32t^2-0,64t}{(t^2+4t+4)^2} = \frac{-0,16t^2+0,64}{(t^2+4t+4)^2}$
 $\left[\frac{dC}{dt} \right]_{t=0} = \frac{-0,16 \cdot 0^2+0,64}{(0^2+4 \cdot 0+4)^2} = \frac{0,64}{4^2} = \frac{0,64}{16} = 0,04 > 0$. Dus de concentratie neemt direct na toediening toe.

37b $\frac{dC}{dt} = \frac{-0,16t^2+0,64}{(t^2+4t+4)^2} = 0 \Rightarrow \text{teller} = 0 \Rightarrow -0,16t^2 + 0,64 = 0 \Rightarrow -0,16t^2 = -0,64 \Rightarrow t^2 = 4 \Rightarrow t = -2$ (vervalt) $\vee t = 2$.

$t = 2$ geeft maximum (maak een plot van C voor $t > 0$) $C(2) = \frac{0,16 \cdot 2}{2^2+4 \cdot 2+4} = \frac{0,32}{4+8+4} = \frac{0,32}{16} = 0,02$. $\frac{0,32}{16} = 0,02$
 $\left[\frac{dC}{dt} \right]_{t=5} = \frac{-0,16 \cdot 5^2+0,64}{(5^2+4 \cdot 5+4)^2} \approx -0,0014$ en $\left[\frac{dC}{dt} \right]_{t=10} = \frac{-0,16 \cdot 10^2+0,64}{(10^2+4 \cdot 10+4)^2} \approx -0,00074$
 $\frac{-0,0014}{-0,00074} \approx 1,9 \Rightarrow$ dus de snelheid op $t = 5$ is ongeveer 2 keer zo groot als de snelheid op $t = 10$.

37d $C(24) = \frac{0,16 \cdot 24}{24^2+4 \cdot 24+4} \approx 0,0057 > 0,005$.
 Dus na 24 uur is de aanwezigheid van het medicijn nog aantoonbaar.

38a $V(0) = \frac{1000 \cdot 0 + 3000}{0^2+16 \cdot 0+64} + 8 = \frac{3000}{64} + 8 \approx 54,9$. Dus de verkoop was (ongeveer) 55 stuks per maand. $\frac{3000}{64} + 8 = 54,875$

38b $V = \frac{1000t+3000}{t^2+16t+64} + 8 \Rightarrow \frac{dV}{dt} = \frac{(t^2+16t+64) \cdot 1000 - (1000t+3000) \cdot (2t+16)}{(t^2+16t+64)^2} + 0$
 $= \frac{1000t^2+16000t+64000-2000t^2-16000t-6000t-48000}{(t^2+16t+64)^2} = \frac{-1000t^2-6000t+16000}{(t^2+16t+64)^2}$
 $\left[\frac{dV}{dt} \right]_{t=0} = \frac{-1000 \cdot 0^2-6000 \cdot 0+16000}{(0^2+16 \cdot 0+64)^2} = \frac{16000}{64^2} \approx 3,9 > 0$. Dus op $t = 0$ stijgt de verkoop nog. $\frac{16000}{64^2} = 3,90625$

38c $\frac{dV}{dt} = \frac{-1000t^2-6000t+16000}{(t^2+16t+64)^2} = 0 \Rightarrow \text{teller} = 0 \Rightarrow t^2 + 6t - 16 = 0 \Rightarrow (t+8)(t-2) = 0$ (met $t > 0$) $\Rightarrow t = 2$.
 $t = 2$ geeft maximum (maak een plot van V voor $t > 0$). Dus na 2 maanden gaat de omzet dalen.

38d $V = \frac{1000t+3000}{t^2+16t+64} + 8$ gaat voor (hele) grote t naar de waarde 8.
 Dus op den duur is de verkoop 8 camera's per maand.

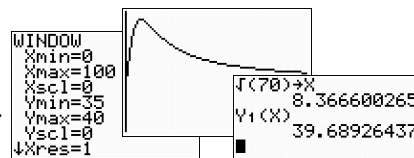
39a Het vierde uur loopt van $t = 3$ tot $t = 4$.
 De temperatuur neemt toe met $T(4) - T(3) \approx 0,38$ °C. $\frac{37+45}{4} - \frac{37+45}{3} = 0,3841624963$

39b $T = 37 + \frac{45t}{t^2+70} + 8 \Rightarrow \frac{dT}{dt} = 0 + \frac{(t^2+70) \cdot 45 - 45t \cdot 2t}{(t^2+70)^2} = \frac{45t^2+3150-90t^2}{(t^2+70)^2} = \frac{-45t^2+3150}{(t^2+70)^2}$
 Bij 2 mei om 17:30 hoort $t = 24 + 5 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \left[\frac{dT}{dt} \right]_{t=29,5} = \frac{-45 \cdot 29,5^2 + 3150}{(29,5^2 + 70)^2} \approx -0,04$.
 Dus de snelheid waarmee de temperatuur afneemt op 2 mei om 17:30 is 0,04 °C per uur.

39c $T = \frac{-45t^2 + 3150}{(t^2 + 70)^2} = 0$ (teller = 0) \Rightarrow

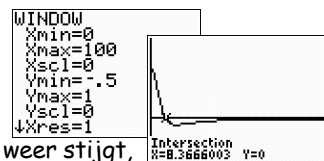
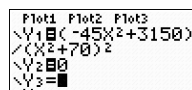
$-45t^2 + 3150 = 0 \Rightarrow -45t^2 = -3150 \Rightarrow t^2 = 70$ (met $0 \leq t \leq 100$) $\Rightarrow t = \sqrt{70} \approx 8,37$.

De maximale (zie een plot) temperatuur van Frank is $T(\sqrt{70}) \approx 39,7^\circ\text{C}$.



39d Uit een plot van $\frac{dT}{dt} = \frac{-45t^2 + 3150}{(t^2 + 70)^2}$ (zie hiernaast) volgt:

- de grafiek van $\frac{dT}{dt}$ ligt voor $t > \sqrt{70}$ onder de t -as, dus de grafiek van T daalt voor $t > \sqrt{70}$.



- voor $t > \sqrt{70}$ zie je bovendien dat de grafiek van $\frac{dT}{dt}$ eerst daalt en dan weer stijgt, dus voor $t > \sqrt{70}$ is de lichaamstemperatuur eerst toenemend dalend en daarna afnemend dalend.

40a $K_{\text{bodem}} = x \cdot x \cdot 24 = 24x^2$ (€).

40d $I = x \cdot x \cdot y = x \cdot x \cdot \frac{12 - x^2}{3x} = \frac{1}{3}x \cdot (12 - x^2) = 4x - \frac{1}{3}x^3$.

40b $K_{\text{zijkanten}} = x \cdot y \cdot 18 \cdot 4 = 72xy$ (€).

40e $I = 4x - \frac{1}{3}x^3 \Rightarrow \frac{dI}{dx} = 4 - x^2$.

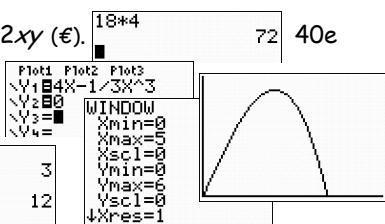
40c $K_{\text{bodem}} + K_{\text{zijkanten}} = 288$

$24x^2 + 72xy = 288$

$x^2 + 3xy = 12$

$3xy = 12 - x^2$

$y = \frac{12 - x^2}{3x}$



$\frac{dI}{dx} = 4 - x^2 = 0 \Rightarrow 4 = x^2$ (met $x > 0$) $\Rightarrow x = 2$.

I maximaal (zie de plot hiernaast) bij $x = 2$.

$x = 2$ geeft $y = \frac{12 - 2^2}{3 \cdot 2} = \frac{12 - 4}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$.

De afmetingen van de kist zijn dan $2 \times 2 \times 1\frac{1}{3}$ meter

$I_{\text{max}} = 4 \cdot 2 - \frac{1}{3} \cdot 2^3 = 8 - \frac{8}{3} = 8 - 2\frac{2}{3} = 5\frac{1}{3} \text{ m}^3$.

41a Bij te hard rijden ontstaan ongelukken. (en bij grotere snelheden moet ook meer afstand worden gehouden)

41b Afstand = $12,5 + 4 = 16,5$ (meter) en $t = \frac{16,5}{10} = 1,65$ (seconden).

41c Afstand = $18 + 4 = 22$ (meter); $t = \frac{22}{12} = \frac{11}{6}$ (seconden) en het aantal auto's per uur is $\frac{60 \cdot 60}{\frac{11}{6}} \approx 1964$.

41d $Q = \frac{60 \cdot 60}{t} = \frac{3600}{t}$ én $t = \frac{4+r}{v} \Rightarrow Q = \frac{3600}{\frac{4+r}{v}} = \frac{3600 \cdot v}{4+r}$

41e $v = 16 \Rightarrow r = 0,125 \cdot 16^2 = 32$ en $Q = \frac{3600 \cdot 16}{4+32} = 1600$.

41f $54 \text{ km/uur} = 15 \text{ m/s}$. $v = 15 \Rightarrow r = 0,125 \cdot 15^2 = 28,125$ en $Q = \frac{3600 \cdot 15}{4+28,125} \approx 1681$ (auto's/uur).

41g $Q = \frac{3600v}{4+r}$ én $r = 0,125v^2 \Rightarrow Q = \frac{3600v}{4+0,125v^2}$

$Q = \frac{3600v}{4+0,125v^2} \Rightarrow \frac{dQ}{dv} = \frac{(4+0,125v^2) \cdot 3600 - 3600v \cdot 0,250v}{(4+0,125v^2)^2} = \frac{14400 + 450v^2 - 900v^2}{(4+0,125v^2)^2} = \frac{-450v^2 + 14400}{(4+0,125v^2)^2}$

41h $\frac{dQ}{dv} = \frac{-450v^2 + 14400}{(4+0,125v^2)^2} = 0$ (\Rightarrow teller = 0) $\Rightarrow -450v^2 = -14400 \Rightarrow v^2 = 32$ (met $v > 0$) $\Rightarrow v = \sqrt{32}$.

Q is maximaal (één kandidaat/zie een plot) bij een snelheid van (ongeveer) $5,66 \text{ m/s}$ ofwel $20,4 \text{ km/uur}$. Er passeren dan (ongeveer) 2546 auto's per uur.

42a $W_i = 7,5 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{M^2}{v^2}$ met $M = 4 \cdot 10^6 \Rightarrow W_i = 7,5 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{(4 \cdot 10^6)^2}{v^2} = \frac{1,2 \cdot 10^{10}}{v^2}$
 $W = W_1 + W_i = 3v^2 + \frac{1,2 \cdot 10^{10}}{v^2} = 3v^2 + 1,2 \cdot 10^{10} \cdot v^{-2} \Rightarrow \frac{dW}{dv} = 6v - 2,4 \cdot 10^{10} \cdot v^{-3} = \frac{6v^4 - 2,4 \cdot 10^{10}}{v^3}$

42b $\frac{dW}{dv} = \frac{6v^4 - 2,4 \cdot 10^{10}}{v^3} = 0$ (\Rightarrow teller = 0) $\Rightarrow 6v^4 = 2,4 \cdot 10^{10} \Rightarrow v^4 = 0,4 \cdot 10^{10}$ (met $v > 0$) $\Rightarrow v = \sqrt[4]{0,4 \cdot 10^{10}} \approx 251,5$ (m/s).

W is minimaal (één kandidaat/zie een plot) bij een snelheid van (ongeveer) $251,5 \text{ m/s}$ ofwel 905 km/uur .

42c $W_1 = W_i \Rightarrow 3v^2 = \frac{1,2 \cdot 10^{10}}{v^2} \Rightarrow 3v^4 = 1,2 \cdot 10^{10} \Rightarrow v^4 = 0,4 \cdot 10^{10} \Rightarrow v = \sqrt[4]{0,4 \cdot 10^{10}}$. (zie ook 42b)

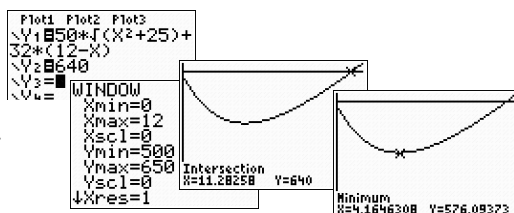
43a In figuur 16.8a zie je dat er boven zee een neerwaartse luchtstroom is en dat kost een vogel meer energie.

43b $EB^2 = AB^2 + AE^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169 \Rightarrow EB = \sqrt{169} = 13$ (km). Rechtstreeks over zee is $13 \cdot 50 = 650$ kJ nodig.

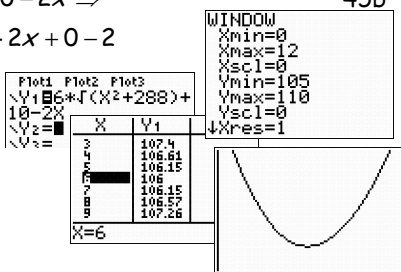
44a $AC = x \Rightarrow CB = 12 - x$ (km over land) en $EC^2 = AC^2 + AE^2 = x^2 + 5^2 = x^2 + 25 \Rightarrow EC = \sqrt{x^2 + 25}$ (km over zee). Voor deze vlucht is $50 \cdot \sqrt{x^2 + 25} + 32 \cdot (12 - x)$ kJ nodig.

44b $50 \cdot \sqrt{x^2 + 25} + 32 \cdot (12 - x) = 640$ (intersect) $\Rightarrow x = AC \approx 11,28$ (km).

44c $E = 50 \cdot \sqrt{x^2 + 25} + 32 \cdot (12 - x)$ (optie minimum) $\Rightarrow x = AC \approx 4,16$ (km).
Dus op 4,16 km van A bereikt de de scholekster de kust.
Het minimale totale energieverbruik is 576 kJ.

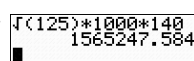


45a $y = 6 \cdot \sqrt{x^2 + 288} + 10 - 2x \Rightarrow$
 $\frac{dy}{dx} = 6 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2 + 288}} \cdot 2x + 0 - 2$
 $= \frac{6x}{\sqrt{x^2 + 288}} - 2$

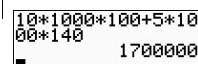


$\frac{dy}{dx} = \frac{6x}{\sqrt{x^2 + 288}} - 2 = 0 \Rightarrow \frac{6x}{\sqrt{x^2 + 288}} = 2$
 $6x = 2 \cdot \sqrt{x^2 + 288} \Rightarrow 3x = \sqrt{x^2 + 288}$ (kwadrateren)
 $9x^2 = x^2 + 288$
 $8x^2 = 288$
 $x^2 = 36$
 $x = -6$ (voldoet niet) $\vee x = 6$ (voldoet).
 Y_{\min} (zie plot/TABLE) = $y(6) = 106$.

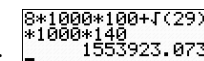
46a $EB^2 = AB^2 + AE^2 = 10^2 + 5^2 = 100 + 25 = 125 \Rightarrow EB = \sqrt{125}$ (km).
De kosten via BE zijn $\sqrt{125} \cdot 1000 \cdot 140 \approx 1565200$ euro.



46b De kosten van B via A naar E zijn $10 \cdot 1000 \cdot 100 + 5 \cdot 1000 \cdot 140 \approx 1700000$ euro.



46c $EC^2 = AC^2 + AE^2 = 2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29 \Rightarrow EC = \sqrt{29}$ (km).
De kosten van B via C naar E zijn $8 \cdot 1000 \cdot 100 + \sqrt{29} \cdot 1000 \cdot 140 \approx 1553900$ euro.



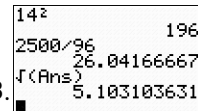
46d $BP = 10 - x$ (km) en de kosten van het tracé BP zijn $(10 - x) \cdot 1000 \cdot 100 = 1000000 - 100000x$ euro.

46e $EP^2 = AP^2 + AE^2 = x^2 + 5^2 = x^2 + 25 \Rightarrow EP = \sqrt{x^2 + 25}$ (km).
De kosten van het tracé PE zijn $\sqrt{x^2 + 25} \cdot 1000 \cdot 140 = 140000 \cdot \sqrt{x^2 + 25}$ euro.

46f $TK = 1000000 - 100000x + 140000 \cdot \sqrt{x^2 + 25}$.

46g $TK = 1000000 - 100000x + 140000 \cdot \sqrt{x^2 + 25} \Rightarrow \frac{dTK}{dx} = 100000 + 140000 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2 + 25}} \cdot 2x = -100000 + \frac{140000x}{\sqrt{x^2 + 25}}$

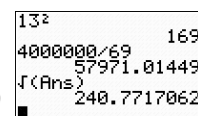
$\frac{dTK}{dx} = -100000 + \frac{140000x}{\sqrt{x^2 + 25}} = 0 \Rightarrow \frac{140000x}{\sqrt{x^2 + 25}} = 100000 \Rightarrow \frac{14x}{\sqrt{x^2 + 25}} = \frac{10}{1} \Rightarrow 14x = 10 \cdot \sqrt{x^2 + 25}$ (kwadr.)
 $196x^2 = 100(x^2 + 25) \Rightarrow 196x^2 = 100x^2 + 2500 \Rightarrow 96x^2 = 2500 \Rightarrow x^2 = \frac{2500}{96} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{2500}{96}} \approx 5,103$.



47a $FP = 2000 - x$ en $AP = \sqrt{AP^2 + AE^2} = \sqrt{x^2 + 200^2} = \sqrt{x^2 + 40000}$.
 $K = 65 \cdot \sqrt{x^2 + 40000} + (2000 - x) \cdot 50 = 65 \cdot \sqrt{x^2 + 40000} - 50x + 100000$.

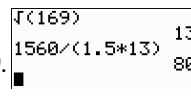
47b $K = 65 \cdot \sqrt{x^2 + 40000} - 50x + 100000 \Rightarrow \frac{dK}{dx} = 65 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2 + 40000}} \cdot 2x - 50 = \frac{65x}{\sqrt{x^2 + 40000}} - 50$.

$\frac{dK}{dx} = \frac{65x}{\sqrt{x^2 + 40000}} - 50 = 0 \Rightarrow \frac{65x}{\sqrt{x^2 + 40000}} = 50 \Rightarrow \frac{13x}{\sqrt{x^2 + 40000}} = \frac{10}{1} \Rightarrow 13x = 10 \cdot \sqrt{x^2 + 40000}$ (kwadr.)
 $169x^2 = 100(x^2 + 40000) \Rightarrow 169x^2 = 100x^2 + 4000000 \Rightarrow 69x^2 = 4000000 \Rightarrow x^2 = \frac{4000000}{69} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{4000000}{69}} \approx 241$.



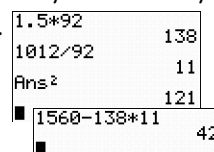
48a $R = p \cdot q = (1560 - a \cdot \sqrt{q}) \cdot q = 1560q - a \cdot q \cdot \sqrt{q} = 1560q - a \cdot q \cdot q^{0,5} = 1560q - a \cdot q^{1,5}$.
 $R = 1560q - a \cdot q^{1,5} \Rightarrow \frac{dR}{dq} = 1560 - 1,5a \cdot q^{0,5} = 1560 - 1,5a \cdot \sqrt{q}$.

$\left[\frac{dR}{dq} \right]_{q=169} = 0 \Rightarrow 1560 - 1,5a \cdot \sqrt{169} = 0 \Rightarrow 1560 - 1,5a \cdot 13 = 0 \Rightarrow 1560 = 1,5a \cdot 13 \Rightarrow a = \frac{1560}{1,5 \cdot 13} = 80$.



48b $a = 92 \Rightarrow R = 1560q - 92 \cdot q^{1,5}$ en $W = R - K = 1560q - 92 \cdot q^{1,5} - (250 + bq) = 1560q - 92 \cdot q^{1,5} - 250 - bq$.
 $W = 1560q - 92 \cdot q^{1,5} - 250 - bq \Rightarrow \frac{dW}{dq} = 1560 - 1,5 \cdot 92 \cdot q^{0,5} - b = 1560 - 138 \cdot \sqrt{q} - b$.

$p = 548 \Rightarrow 548 = 1560 - 92 \cdot \sqrt{q} \Rightarrow 92 \cdot \sqrt{q} = 1012 \Rightarrow \sqrt{q} = 11 \Rightarrow q = 11^2 = 121$.
 $\left[\frac{dW}{dq} \right]_{q=121} = 0 \Rightarrow 1560 - 138 \cdot \sqrt{121} - b = 0 \Rightarrow 1560 - 138 \cdot 11 = b \Rightarrow b = 42$.



Diagnostische toets

D1a \square De gemiddelde snelheid op het interval $[1,5]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(5)-f(1)}{5-1} \approx -0,3$.

D1b \square $f(x) = \frac{4}{x} + \sqrt{2x-1} = 4 \cdot x^{-1} + \sqrt{2x-1} \Rightarrow f'(x) = -4 \cdot x^{-2} + \frac{1}{2 \cdot \sqrt{2x-1}} \cdot 2 = -\frac{4}{x^2} + \frac{1}{\sqrt{2x-1}}$
 $f'(3) = -\frac{4}{3^2} + \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 3 - 1}} \approx 0,03 > 0$, dus $f(x)$ neemt toe voor $x = 3$.

D1c \square $k: y = ax + b$ met $a = f'(2\frac{1}{2}) = -\frac{4}{(2\frac{1}{2})^2} + \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 2\frac{1}{2} - 1}} = -0,14$.

$k: y = -0,14x + b$
 $y_A = f(2\frac{1}{2}) = 3,6 \Rightarrow A(2\frac{1}{2}; 3,6) \Rightarrow 3,6 = -0,14 \cdot 2\frac{1}{2} + b \Rightarrow b = 3,95$. Dus $k: y = -0,14x + 3,95$.

D2a \square $R(q) = \frac{1}{3}q^3 - 10q^2 + 84q \Rightarrow R'(q) = q^2 - 20q + 84$.

De snelheid waarmee R verandert voor $x = 4$ is $R'(4) = 4^2 - 20 \cdot 4 + 84 = 20$.

D2b \square $R'(q) = q^2 - 20q + 84 = 0 \Rightarrow (q-6)(q-14) = 0 \Rightarrow q = 6 \vee q = 14$.
 R is maximaal (zie een plot van R) voor $x = 6$ en $R_{\max} = 216$.

D3 \square $K = 0,01q^3 - 2,4q^2 + 500q + 10000 \Rightarrow \frac{dK}{dq} = K'(q) = 0,03q^2 - 4,8q + 500 \Rightarrow \frac{d}{dq}(\frac{dK}{dq}) = K''(q) = 0,06q - 4,8$.

$\frac{d}{dq}(\frac{dK}{dq}) = 0 \Rightarrow 0,06q - 4,8 = 0 \Rightarrow 0,06q = 4,8 \Rightarrow q = \frac{4,8}{0,06} = 80$.

$\frac{dK}{dq}$ is minimaal (er is maar één kandidaat voor de vraagstelling/zie een plot van $\frac{dK}{dq}$) voor $q = 80$.

$\left[\frac{dK}{dq}\right]_{q=80} = 308$, dus de minimale snelheid waarmee K toeneemt is 308 (€/kg).

D4 \square $y = x + 10 \cdot \sqrt{x} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = y'(x) = 1 + 10 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}} = 1 + \frac{5}{\sqrt{x}}$ (is steeds positief en wordt voor toenemende x steeds kleiner).

Uit een plot van $\frac{dy}{dx}$ (zie hiernaast) volgt:

- de grafiek van $\frac{dy}{dx}$ ligt geheel boven de x -as, dus de grafiek van y is stijgend
- de grafiek van $\frac{dy}{dx}$ is bovendien dalend, dus de grafiek van y is afnemend stijgend.

D5a \square $f(x) = 5x \cdot (3x+2)^{2,4} \Rightarrow f'(x) = 5 \cdot (3x+2)^{2,4} + 5x \cdot 2,4(3x+2)^{1,4} \cdot 3 = 5(3x+2)^{2,4} + 36x(3x+2)^{1,4}$.

D5b \square $g(x) = 6x \cdot \sqrt{x^2+4} \Rightarrow g'(x) = 6 \cdot \sqrt{x^2+4} + 6x \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2+4}} \cdot 2x = 6 \cdot \sqrt{x^2+4} + \frac{6x^2}{\sqrt{x^2+4}}$.

D6a \square $f(x) = 2x \cdot (x^2+3)^4 \Rightarrow f'(x) = 2 \cdot (x^2+3)^4 + 2x \cdot 4(x^2+3)^3 \cdot 2x = 2 \cdot (x^2+3)^4 + 16x^2 \cdot (x^2+3)^3$
 $= (x^2+3)^3 (2 \cdot (x^2+3) + 16x^2) = (x^2+3)^3 \cdot (2x^2+6+16x^2)$
 $= (x^2+3)^3 \cdot (18x^2+6) = (18x^2+6) \cdot (x^2+3)^3 = 6 \cdot (3x^2+1) \cdot (x^2+3)^3$.

D6b \square $g(x) = 4x^2 \cdot \sqrt{5x+2} \Rightarrow g'(x) = 8x \cdot \sqrt{5x+2} + 4x^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{5x+2}} \cdot 5 = 8x \cdot \sqrt{5x+2} + \frac{10x^2}{\sqrt{5x+2}} = 8x \cdot \frac{(\sqrt{5x+2})^2}{\sqrt{5x+2}} + \frac{10x^2}{\sqrt{5x+2}}$
 $= \frac{8x \cdot (5x+2) + 10x^2}{\sqrt{5x+2}} = \frac{40x^2 + 16x + 10x^2}{\sqrt{5x+2}} = \frac{50x^2 + 16x}{\sqrt{5x+2}}$.

D7a \square $y = \frac{2x-1}{x+3} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{(x+3) \cdot 2 - (2x-1) \cdot 1}{(x+3)^2} = \frac{2x+6-2x+1}{(x+3)^2} = \frac{7}{(x+3)^2}$.

D7b \square $y = \frac{x+2}{5x-1} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{(5x-1) \cdot 1 - (x+2) \cdot 5}{(5x-1)^2} = \frac{5x-1-5x-10}{(5x-1)^2} = \frac{-11}{(5x-1)^2}$.

D7c \square $y = \frac{3x^2}{4x-2} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{(4x-2) \cdot 6x - 3x^2 \cdot 4}{(4x-2)^2} = \frac{24x^2 - 12x - 12x^2}{(4x-2)^2} = \frac{12x^2 - 12x}{(4x-2)^2}$.

D7d \square $y = \frac{4x-2}{3x^2} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{3x^2 \cdot 4 - (4x-2) \cdot 6x}{(3x^2)^2} = \frac{12x^2 - 24x^2 + 12x}{9x^4} = \frac{-12x^2 + 12x}{9x^4}$.

D8a $y = \frac{x^2 - 3x + 18}{2x - 4} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{(2x - 4) \cdot (2x - 3) - (x^2 - 3x + 18) \cdot 2}{(2x - 4)^2} = \frac{4x^2 - 6x - 8x + 12 - 2x^2 + 6x - 36}{(2x - 4)^2} = \frac{2x^2 - 8x - 24}{(2x - 4)^2}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{2x^2 - 8x - 24}{(2x - 4)^2} = 0$ (\Rightarrow teller = 0)

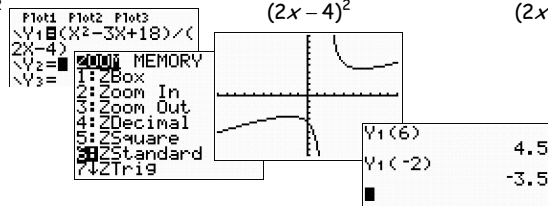
$2x^2 - 8x - 24 = 0$

$x^2 - 4x - 12 = 0$

$(x - 6)(x + 2) = 0$

$x = 6 \vee x = -2$

$x = 6$ geeft minimum (zie een plot/TABLE) $y(6) = 4,5$ en $x = -2$ geeft maximum (zie een plot/TABLE) $y(-2) = -3,5$.



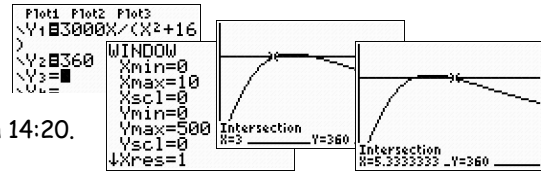
D8b $k: y = ax + b$ met $a = \left[\frac{dy}{dx} \right]_{x=0} = \frac{2 \cdot 0^2 - 8 \cdot 0 - 24}{(2 \cdot 0 - 4)^2} = \frac{-24}{(-4)^2} = -\frac{24}{16} = -1\frac{1}{2}$.

$k: y = -1\frac{1}{2}x + b$

$y_A = \frac{0^2 - 3 \cdot 0 + 18}{2 \cdot 0 - 4} = \frac{18}{-4} = -4\frac{1}{2} \Rightarrow A(0, -4\frac{1}{2}) \Rightarrow b = -4\frac{1}{2}$. Dus $k: y = -1\frac{1}{2}x - 4\frac{1}{2}$.

D9a $\frac{3000t}{t^2 + 16} = 360$ (intersect) $\Rightarrow t = 3 \vee t = 5\frac{1}{3}$.

$\frac{3000t}{t^2 + 16} > 360$ (zie een plot) $\Rightarrow 3 < t < 5\frac{1}{3}$. Dus tussen 12:00 en 14:20.



D9b $N = \frac{3000t}{t^2 + 16} \Rightarrow \frac{dN}{dt} = \frac{(t^2 + 16) \cdot 3000 - 3000t \cdot 2t}{(t^2 + 16)^2} = \frac{3000t^2 + 48000 - 6000t^2}{(t^2 + 16)^2} = \frac{-3000t^2 + 48000}{(t^2 + 16)^2}$

$\frac{dN}{dt} = \frac{-3000t^2 + 48000}{(t^2 + 16)^2} = 0$ (\Rightarrow teller = 0) $\Rightarrow -3000t^2 = -48000 \Rightarrow t^2 = 16$ (met $t > 0$) $\Rightarrow t = 4$.

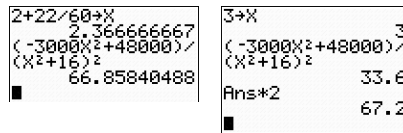
$t = 4$ geeft N_{\max} (zie de plot bij D9a) = 375. Dus om 13:00 zijn er 375 pinbetalingen per minuut.



D9c Om 11:22 is $t = 2\frac{22}{60}$ met $\left[\frac{dN}{dt} \right]_{t=2\frac{22}{60}} \approx 66,9$ en

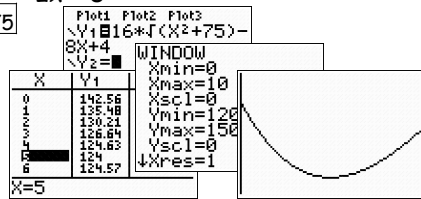
om 12:00 is $t = 3$ met $\left[\frac{dN}{dt} \right]_{t=3} \approx 33,6$.

De snelheid is dus ongeveer gehalveerd.



D10a $y = 16 \cdot \sqrt{x^2 + 75} - 8x + 4 \Rightarrow$

$\frac{dy}{dx} = 16 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2 + 75}} \cdot 2x - 8 = \frac{16x}{\sqrt{x^2 + 75}} - 8$



D10b $\frac{dy}{dx} = \frac{16x}{\sqrt{x^2 + 75}} - 8 = 0 \Rightarrow \frac{16x}{\sqrt{x^2 + 75}} = 8$

$16x = 8 \cdot \sqrt{x^2 + 75} \Rightarrow 2x = \sqrt{x^2 + 75}$ (kwadrateren)

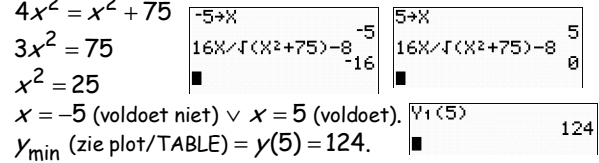
$4x^2 = x^2 + 75$

$3x^2 = 75$

$x^2 = 25$

$x = -5$ (voldoet niet) $\vee x = 5$ (voldoet).

y_{\min} (zie plot/TABLE) = $y(5) = 124$.



D11a $Opp_{\text{poster}} = x \cdot y = 3200 \Rightarrow y = \frac{3200}{x}$ én $Opp_{\text{afbeelding}} = A = (x - 4 - 4) \cdot (y - 6 - 6) = (x - 8) \cdot (y - 12)$.

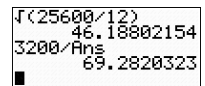
Dus $A = (x - 8) \cdot \left(\frac{3200}{x} - 12 \right) = 3200 - 12x - 8 \cdot \frac{3200}{x} + 96 = 3296 - 12x - \frac{25600}{x}$.

D11b $A = 3296 - 12x - \frac{25600}{x} = 3296 - 12x - 25600x^{-1} \Rightarrow \frac{dA}{dx} = -12 + 25600x^{-2} = -12 + \frac{25600}{x^2}$.

$\frac{dA}{dx} = -12 + \frac{25600}{x^2} = 0 \Rightarrow \frac{25600}{x^2} = 12 \Rightarrow 12x^2 = 25600 \Rightarrow x^2 = \frac{25600}{12} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{25600}{12}}$.

Uit een plot (en zelfs al de vraagstelling) blijkt dat A maximaal is $x = \sqrt{\frac{25600}{12}} \approx 46,2$ (cm) en $y \approx 69,3$ (cm).

De afmetingen van de afbeelding zijn 46,2 bij 69,3 cm.



Gemengde opgaven 16. Toepassingen van de differentiaalrekening

G31a $\square f(x) = 6x(2x-5)^{3,6} + 20x^{3,6} \Rightarrow f'(x) = 6 \cdot (2x-5)^{3,6} + 6x \cdot 3,6(2x-5)^{2,6} \cdot 2 + 20 \cdot 3,6x^{2,6}$
 $= 6 \cdot (2x-5)^{3,6} + 43,2(2x-5)^{2,6} + 72x^{2,6}$

$6 \cdot 3,6 \cdot 2$	43,2
$20 \cdot 3,6$	72

G31b $\square g(x) = \frac{3x^2-1}{x^2+2} + 8x \Rightarrow g'(x) = \frac{(x^2+2) \cdot 6x - (3x^2-1) \cdot 2x}{(x^2+2)^2} + 8 = \frac{6x^3+12x-6x^3+2x}{(x^2+2)^2} + 8 = \frac{14x}{(x^2+2)^2} + 8$

G31c $\square h(x) = 8x \cdot \sqrt{x^2+5} - \sqrt{2x-5} \Rightarrow h'(x) = 8 \cdot \sqrt{x^2+5} + 8x \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2+5}} \cdot 2x - \frac{1}{2 \cdot \sqrt{2x-5}} \cdot 2 = 8 \cdot \sqrt{x^2+5} + \frac{8x^2}{\sqrt{x^2+5}} - \frac{1}{\sqrt{2x-5}}$

G31d $\square k(x) = \frac{3x^2-1}{(2x+1)^2} \Rightarrow k'(x) = \frac{(2x+1)^2 \cdot 6x - (3x^2-1) \cdot 2(2x+1)^1 \cdot 2}{((2x+1)^2)^2} = \frac{(2x+1) \cdot 6x - (3x^2-1) \cdot 4}{(2x+1)^3} = \frac{12x^2+6x-12x^2+4}{(2x+1)^3} = \frac{6x-4}{(2x+1)^3}$

G32a $\square f(x) = 2x^3 \cdot (5x-3)^2 \Rightarrow f'(x) = 6x^2 \cdot (5x-3)^2 + 2x^3 \cdot 2(5x-3)^1 \cdot 5 = 6x^2 \cdot (5x-3)^2 + 20x^3 \cdot (5x-3)$
 $= 2x^2 \cdot (5x-3)(3 \cdot (5x-3) + 10x) = 2x^2 \cdot (5x-3)(15x-9+10x) = 2x^2(5x-3)(25x-9)$

G32b $\square g(x) = 16x \cdot \sqrt{x^2+4} \Rightarrow g'(x) = 16 \cdot \sqrt{x^2+4} + 16x \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{x^2+4}} \cdot 2x = 16 \cdot \sqrt{x^2+4} + \frac{16x^2}{\sqrt{x^2+4}}$
 $= \frac{16 \cdot \sqrt{x^2+4} \cdot \sqrt{x^2+4} + 16x^2}{\sqrt{x^2+4}} = \frac{16(x^2+4) + 16x^2}{\sqrt{x^2+4}} = \frac{16x^2+64+16x^2}{\sqrt{x^2+4}} = \frac{32x^2+64}{\sqrt{x^2+4}} = \frac{32(x^2+2)}{\sqrt{x^2+4}}$

G32c $\square h(x) = x^2 \cdot \sqrt{2x+1} - \frac{1}{\sqrt{2x+1}} = x^2 \cdot \sqrt{2x+1} - (2x+1)^{-0,5} \Rightarrow$
 $h'(x) = 2x \cdot \sqrt{2x+1} + x^2 \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{2x+1}} \cdot 2 + 0,5(2x+1)^{-1,5} \cdot 2 = 2x \cdot \sqrt{2x+1} + \frac{x^2}{\sqrt{2x+1}} + \frac{1}{(2x+1)^{1,5}}$
 $= \frac{2x \cdot \sqrt{2x+1} \cdot (2x+1) \cdot \sqrt{2x+1} + x^2 \cdot \sqrt{2x+1} + 1}{(2x+1) \cdot \sqrt{2x+1}} = \frac{2x \cdot (2x+1) \cdot (2x+1) + x^2 \cdot (2x+1) + 1}{(2x+1) \cdot \sqrt{2x+1}}$
 $= \frac{2x \cdot (4x^2+2x+2x+1) + 2x^3+x^2+1}{(2x+1) \cdot \sqrt{2x+1}} = \frac{8x^3+4x^2+4x^2+2x+2x^3+x^2+1}{(2x+1) \cdot \sqrt{2x+1}} = \frac{10x^3+9x^2+2x+1}{(2x+1) \cdot \sqrt{2x+1}}$

G33a $\square N = \frac{45000t}{50+t^2} \Rightarrow \frac{dN}{dt} = \frac{(50+t^2) \cdot 45000 - 45000t \cdot 2t}{(50+t^2)^2} = \frac{2250000 + 45000t^2 - 90000t^2}{(50+t^2)^2} = \frac{-45000t^2 + 2250000}{(50+t^2)^2}$
 $\frac{dN}{dt} = \frac{-45000t^2 + 2250000}{(50+t^2)^2} = 0 \Rightarrow \text{teller} = 0 \Rightarrow -45000t^2 = -2250000 \Rightarrow t^2 = 50 \text{ (met } t > 0) \Rightarrow t = \sqrt{50}$

$50 \cdot 45000$	2250000
Ans/45000	50

N_{\max} (volgt uit de vraagstelling) = $N(\sqrt{50}) \approx 3182$.

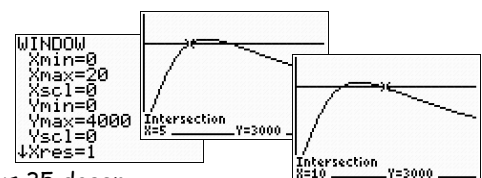
$\sqrt{50}$	7,071067812
$45000 \cdot \sqrt{50}$	3181,980515

G33b \square De tiende week loopt van $t = 9$ tot $t = 10$.

De procentuele toename in de tiende week is $\frac{N(10) - N(9)}{N(9)} \times 100\% \approx -3,0\%$, dus de procentuele afname is 3,0%.

G33c $\square \left[\frac{dN}{dt} \right]_{t=10} = \frac{-45000 \cdot 10^2 + 2250000}{(50+10^2)^2} = -100$ (bacteriën/week).
 Dus het aantal bacteriën neemt op $t = 10$ af met 100 bacteriën per week.

$-45000 \cdot 10^2 + 2250000$	-100
-------------------------------	------



G33d $\square N = \frac{45000t}{50+t^2} = 3000$ (intersect) $\Rightarrow t = 5 \vee t = 10$.

$N = \frac{45000t}{50+t^2} > 3000$ (zie een plot) $\Rightarrow 5 < t < 10$. Dat is gedurende 5 weken, dus 35 dagen.

G34a \square Bij 50% hoort $f = 0,5 \Rightarrow \frac{f}{1-f} = \frac{0,5}{1-0,5} = \frac{0,5}{0,5} = 1 = 10^0$.

Aflez in de grafiek: bij $\frac{f}{1-f} = 10^0$ hoort het jaar 1877 (eventueel 1875 of 1876 of 1878 of 1879).

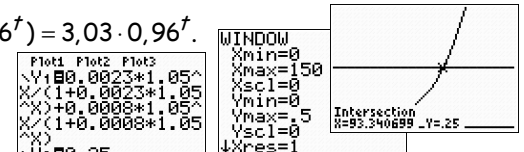
G34b $\square \frac{d}{df} \left(\frac{f}{1-f} \right) = \frac{(1-f) \cdot 1 \cdot f \cdot -1}{(1-f)^2} = \frac{1-f+f}{(1-f)^2} = \frac{1}{(1-f)^2} > 0$ (als $0 \leq f < 1$) $\Rightarrow \frac{f}{1-f}$ neemt toe als f toeneemt.

G34c $\square \frac{f_{\text{hout}}}{1-f_{\text{hout}}} = 3,03 \cdot 0,96^t \Rightarrow f_{\text{hout}} = (1-f_{\text{hout}}) \cdot 3,03 \cdot 0,96^t \Rightarrow f_{\text{hout}} = 3,03 \cdot 0,96^t - 3,03 \cdot 0,96^t \cdot f_{\text{hout}}$

Dus $f_{\text{hout}} + 3,03 \cdot 0,96^t \cdot f_{\text{hout}} = 3,03 \cdot 0,96^t \Rightarrow f_{\text{hout}} \cdot (1 + 3,03 \cdot 0,96^t) = 3,03 \cdot 0,96^t$

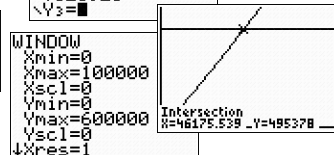
Hieruit volgt: $f_{\text{hout}} = \frac{3,03 \cdot 0,96^t}{1 + 3,03 \cdot 0,96^t}$

G34d $\square f_{\text{olie}} + f_{\text{gas}} = 0,25$ (intersect) $\Rightarrow t \approx 93,34$. Dit is in 1943.



G35a $\square 2,3 \cdot C \cdot \log(C) = 495378$ (intersect) $\Rightarrow C \approx 46000$.

$2,3 \cdot C \cdot \log(C)$	495378
-----------------------------	--------



G35b \square Bij $r = 100$ is het verschil (ongeveer) $1800 - 880 = 920$ (eventueel $1800 - 800 = 1000$).
Bij $r = 500$ is het verschil (ongeveer) $350 - 176 = 174$ (eventueel $350 - 150 = 200$).
Conclusie: het verschil bij $r = 100$ is groter dan bij $r = 500$.

$88000/100$	880
$88000/500$	176

G35c \square Minder dan 2 200 woorden komen hoger uit dan Zipf voorspelt.
Het aantal gebruikte woorden is 20 000, dus uitspraak 1 is niet waar.
De grafiek van Zipf loopt verder naar rechts door, dus uitspraak 2 is waar.

G35d \square $f_r = \frac{88000}{r} = 88\,000 \cdot r^{-1} \Rightarrow f_r' = -88\,000 \cdot r^{-2} = -\frac{88\,000}{r^2}$.

- de grafiek van f_r' ligt onder de x -as (de waarde is negatief) $\Rightarrow f_r$ is dalend.
- de grafiek van f_r' neemt toe (de waarde wordt steeds minder negatief) $\Rightarrow f_r$ is afnemend dalend.

G36a \square $MO = \frac{dT}{dq}$, dus MO is de helling van de grafiek van TO .

Grafiek 4 hoort bij model A, want de helling van de grafiek van TO is constant.
Grafiek 1 hoort bij model B, want de helling van de grafiek van TO neemt voortdurend af (en wordt uiteindelijk negatief).
Grafiek 3 hoort bij model C, want de helling neemt eerst toe en neemt dan af, maar blijft positief.
Grafiek 2 hoort bij model D, want de helling neemt eerst toe en neemt dan af en wordt uiteindelijk negatief.

G36b \square $TO = -0,01q^3 + b \cdot q^2 \Rightarrow \frac{dT}{dq} = -0,03 \cdot q^2 + 2b \cdot q$.

$\frac{dT}{dq} = -0,03 \cdot q^2 + 2b \cdot q = 0 \Rightarrow q \cdot (-0,03q + 2b) = 0 \Rightarrow q = 0 \vee -0,03q + 2b = 0 \Rightarrow q = 0 \vee q = \frac{2b}{0,03}$.

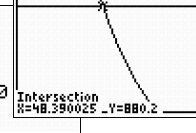
$q_{\max} = \frac{2b}{0,03}$ (of $q_{\max} = 66,7 \cdot b$) met als grafiek een rechte lijn door de oorsprong en het punt $(3, 200)$.

$2 \cdot 0 / 0,03$	0
$2 \cdot 3 / 0,03$	200

G37a \square $880,2 = \frac{111960}{t} - 1433,5$ (intersect) $\Rightarrow t \approx 48,39$ (seconden).

Plot1 Plot2 Plot3
$\sqrt{Y1} = 880,2$
$\sqrt{Y2} = 111960/X - 1433,5$
$\sqrt{Y3} =$

WINDOW
Xmin=0
Xmax=100
Xscl=0
Ymin=0
Ymax=1000
Yscl=0
↓Xres=1

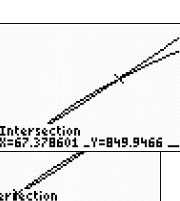


G37b \square $190,2 \cdot \sqrt{r} - 711,3 = 10,14 \cdot (r - 7)^{1,08}$ (intersect) $\Rightarrow r \approx 23,27 \vee r \approx 67,38$.

$190,2 \cdot \sqrt{r} - 711,3 = 10,14 \cdot (r - 7)^{1,08}$ (zie een plot) $\Rightarrow 23,27 < r < 67,38$.

Plot1 Plot2 Plot3
$\sqrt{Y1} = 190,2 \cdot \sqrt{X} - 711,3$
$\sqrt{Y2} = 10,14 \cdot (X - 7)^{1,08}$
$\sqrt{Y3} =$

WINDOW
Xmin=0
Xmax=100
Xscl=0
Ymin=0
Ymax=1500
Yscl=0
↓Xres=1



G37c \square $P = a\sqrt{r} - b = a \cdot r^{\frac{1}{2}} - b$ (met $r > 0$) $\Rightarrow \frac{dP}{dr} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot r^{-\frac{1}{2}} = \frac{a}{2\sqrt{r}}$.

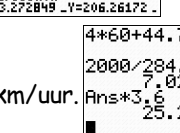
Als r stijgt, dan neem de noemer $2\sqrt{r}$ toe en neemt $\frac{1}{2\sqrt{r}}$ af.

Omdat $a > 0$ is $\frac{dP}{dr} = \frac{a}{2\sqrt{r}} > 0$ en neemt $\frac{dP}{dr} = \frac{a}{2\sqrt{r}}$ dus af.

De stijging van de grafiek van P verloopt steeds minder snel.

Plot1 Plot2 Plot3
$\sqrt{Y1} = 10,14 \cdot (X - 7)^{1,08}$
$\sqrt{Y2} =$
$\sqrt{Y3} =$

WINDOW
Xmin=0
Xmax=100
Xscl=0
Ymin=0
Ymax=1500
Yscl=0
↓Xres=1



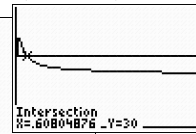
G38a \square $4:44.79$ is $284,79$ seconden, dus de gemiddelde snelheid is $\frac{2000}{284,79} \approx 7,023$ m/s ofwel $25,28$ km/uur.

$4 \cdot 60 + 44,79$	284,79
$2000 / 284,79$	7,022718494
Ans $\cdot 3,6$	25,28178658

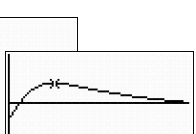
G38b \square $v = \frac{200a}{44a^2 + 1} - 0,07a + 23 = 30$ (intersect) $\Rightarrow a \approx 0,6$ (km of 600 meter).

Plot1 Plot2 Plot3
$\sqrt{Y1} = 200X / (44X^2 + 1)$
$\sqrt{Y2} = -0,07X + 23$
$\sqrt{Y3} = 30$

WINDOW
Xmin=0
Xmax=10
Xscl=0
Ymin=0
Ymax=50
Yscl=0
↓Xres=1



WINDOW
Xmin=0
Xmax=0,6
Xscl=0
Ymin=0
Ymax=50
Yscl=0
↓Xres=1



G38c \square $v = \frac{200a}{44a^2 + 1} - 0,07a + 23$ (optie maximum) $\Rightarrow a \approx 0,151$ (km of 151 meter).

G38d \square $v = \frac{200a}{44a^2 + 1} - 0,07a + 23 \Rightarrow \frac{dv}{da} = \frac{(44a^2 + 1) \cdot 200 - 200a \cdot 88a}{(44a^2 + 1)^2} - 0,07$.

$\left[\frac{dv}{da} \right]_{a=1,5} \approx -2,03 < 0 \Rightarrow v$ neemt af bij een afstand van 1500 meter.

$1,5 \cdot X$	1,5
$((44X^2 + 1) \cdot 200 - 200X \cdot 88X) / (44X^2 + 1)^2$	-2,03
$Z - 0,07$	

G38e \square $a = 42,195 \Rightarrow v = 20,154$.

De benodigde tijd is $\frac{42,195}{20,154} \approx 2,094$ uur.

Dit komt overeen met 2 uur, 5 minuten en 38 (of 37) seconden.
Het verschil is 43 (of 42) seconden.

$42,195 \cdot X$	42,195
$200X / (44X^2 + 1) - 0,07X + 23$	20,15407358
X / Ans	2,093621413

Ans $\cdot 60$	0,936214125
Ans $\cdot 5$	5,617284752
Ans $\cdot 60$	6,172847518
Ans $\cdot 60$	37,03708511