

- 1a $P(\text{som} = 6) = P(\underline{24}) + P(\underline{33}) = \binom{2}{1} \cdot P(\underline{24}) + P(\underline{33}) = 2 \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{4}{16} + \frac{1}{16} = \frac{5}{16}$.
- 1b $P(\text{som} = 10) = P(\underline{334}) + P(\underline{244}) = \binom{3}{2} \cdot P(\underline{334}) + \binom{3}{1} \cdot P(\underline{244}) = 3 \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{24}{216} + \frac{12}{216} = \frac{36}{216} = \frac{1}{6}$.
- 1c $T = \text{het aantal keer } 2 \Rightarrow P(T \geq 3) = 1 - P(T \leq 2) = 1 - \text{binomcdf}(12, \frac{2}{4}, 2) \approx 0,981$.
- 1d $P(\underline{24}) = P(\underline{24}) + P(\underline{42}) = \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{6} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} = \frac{4}{24} + \frac{1}{24} = \frac{5}{24}$.
- 1e $E = \text{het aantal keer } 1 \Rightarrow P(E \geq 3) = 1 - P(E \leq 2) = 1 - \text{binomcdf}(n, \frac{1}{6}, 2) > 0,85$.
 $n = 26$ (TABLE) $\Rightarrow P(E \geq 3) \approx 0,832$ en $n = 27$ (TABLE) $\Rightarrow P(E \geq 3) \approx 0,851$.
 Je moet dus minstens 27 keer draaien.
- 1f $P(\underline{222334}) = \binom{6}{3} \cdot \binom{3}{2} \cdot \binom{2}{4}^3 \cdot \binom{1}{4}^2 \cdot \frac{1}{4} \approx 0,117$ of $\frac{6!}{3! \cdot 2!} \cdot \binom{2}{4}^3 \cdot \binom{1}{4}^2 \cdot \frac{1}{4} \approx 0,117$.
- 1g $P(\text{*} \bar{4} 444) = 1 \cdot \frac{4}{6} \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^3 \approx 0,025$. (waarbij * staat voor "alles mag" en $\bar{4}$ voor "geen 4")
- 2a $P(\underline{rrrrrr}) = \frac{\binom{7}{3} \cdot \binom{8}{2}}{\binom{15}{5}} \approx 0,326$ of $\binom{5}{3} \cdot \frac{7}{15} \cdot \frac{6}{14} \cdot \frac{5}{13} \cdot \frac{8}{12} \cdot \frac{7}{11} \approx 0,326$.
- 2b $P(\underline{rrrrrrrr}) = \binom{8}{4} \cdot \left(\frac{7}{15}\right)^4 \cdot \left(\frac{8}{15}\right)^4 \approx 0,269$ of $\text{binompdf}(8, \frac{7}{15}, 4) \approx 0,269$.
- 2c $P(\underline{rrrrwwz}) = \frac{\binom{7}{3} \cdot \binom{5}{2} \cdot \binom{3}{1}}{\binom{15}{6}} \approx 0,210$ of $\binom{6}{3} \cdot \binom{3}{2} \cdot \frac{7}{15} \cdot \frac{6}{14} \cdot \frac{5}{13} \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} \cdot \frac{3}{10} \approx 0,210$.
- 2d $P(\underline{rrrrwwz}) = \binom{6}{3} \cdot \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{7}{15}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{15}\right)^2 \cdot \frac{3}{15} \approx 0,136$.
- 2e $P(\underline{rrrrrr}) = \frac{8}{15} \cdot \frac{7}{14} \cdot \frac{6}{13} \cdot \frac{5}{12} \cdot \frac{7}{11} \approx 0,033$ of $P(\underline{rrrrrr}) = P(\underline{rrrrr}) \cdot P(r) = \frac{\binom{8}{4}}{\binom{15}{4}} \cdot \frac{7}{11} \approx 0,033$.
- 2f $P(\underline{rrrrrrrr}) = \binom{6}{2} \cdot \frac{7}{15} \cdot \frac{6}{14} \cdot \frac{8}{13} \cdot \frac{7}{12} \cdot \frac{6}{11} \cdot \frac{5}{10} \cdot \frac{5}{9} \approx 0,163$ of $P(\underline{rrrrrrrr}) = P(\underline{rrrrrr}) \cdot P(r) = \frac{\binom{7}{2} \cdot \binom{8}{4}}{\binom{15}{6}} \cdot \frac{5}{9} \approx 0,163$.
- 3a $P(\underline{zz}) = \frac{\binom{6}{2}}{\binom{20}{2}} = \frac{3}{38} \approx 0,079$ of $\frac{6}{20} \cdot \frac{5}{19} = \frac{3}{38} \approx 0,079$.
 $X = \text{het aantal keer "2 zwart"} \Rightarrow P(X = 3) = \text{binompdf}(10, \text{Ans}, 3) \approx 0,033$.
- 3b $P(\text{twee met dezelfde kleur}) = P(\underline{ww}) + P(\underline{zz}) + P(\underline{bb}) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{20}{2}} + \frac{\binom{6}{2}}{\binom{20}{2}} + \frac{\binom{9}{2}}{\binom{20}{2}} \approx 0,321$ of
 $P(\text{twee met dezelfde kleur}) = P(\underline{ww}) + P(\underline{zz}) + P(\underline{bb}) = \frac{5}{20} \cdot \frac{4}{19} + \frac{6}{20} \cdot \frac{5}{19} + \frac{9}{20} \cdot \frac{8}{19} = \frac{61}{190} \approx 0,321$.
 $Y = \text{het aantal keer "2 met dezelfde kleur"} \Rightarrow P(Y > 4) = 1 - P(Y \leq 4) = 1 - \text{binomcdf}(10, \text{Ans}, 4) \approx 0,189$.
- 3c $P(\text{hoogstens 1 blauwe}) = 1 - P(\underline{bb}) = 1 - \frac{\binom{9}{2}}{\binom{20}{2}} \approx 0,811$ of $1 - \frac{9}{20} \cdot \frac{8}{19} = \frac{77}{95} \approx 0,811$.
 $B = \text{het aantal keer "hoogstens één blauwe"} \Rightarrow P(B \geq 5) = 1 - P(B \leq 4) = 1 - \text{binomcdf}(10, \text{Ans}, 4) \approx 0,995$.
- 3d $P(s) = P(\underline{ww}) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{20}{2}} \approx 0,053$ of $\frac{5}{20} \cdot \frac{4}{19} = \frac{1}{19} \approx 0,053$. $P(\underline{ssss}) = \left(\frac{18}{19}\right)^3 \cdot \frac{1}{19} \approx 0,045$.
- 3e $P(\text{meer dan 3 keer pakken}) = P(\underline{ssss}) = \left(\frac{18}{19}\right)^3 \approx 0,850$.
- 4a $P(R \geq 2) = 1 - P(T \leq 1) = 1 - \text{binomcdf}(5, 0,80, 1) \approx 0,993$.
- 4b $P(\text{afwisselend raak en mis}) = P(\underline{rmrmr}) + P(\underline{mrmr}) = 0,8^3 \cdot 0,2^2 + 0,2^3 \cdot 0,8^2 \approx 0,026$.
- 4c $P(\text{twee keer achter elkaar raak en drie keer mis}) = P(\underline{rrmm}) = \binom{4}{1} \cdot 0,8^2 \cdot 0,2^3 \approx 0,020$.

- 4d $P(\text{twee keer achter elkaar raak en drie keer mis}) = P(\underline{rmm} \underline{rm}) = \binom{3}{1} \cdot 0,8 \cdot 0,2^2 \cdot \binom{2}{1} \cdot 0,8 \cdot 0,2 \approx 0,031$.
- 4e $M = \text{het aantal keer mis} \Rightarrow P(M \leq 2) = \text{binomcdf}(10, 0,15, 2) \approx 0,820$.
- 5a $P(\text{Amerikanen in de middelste drie banen}) = \frac{\binom{3}{3}}{\binom{7}{3}} \approx 0,029$. 5b $P(\text{één Duitser in een buitenbaan}) = \frac{\binom{2}{1} \cdot \binom{5}{1}}{\binom{7}{2}} \approx 0,476$.
- 5c $P(\text{tenminste één niet-Amerikaan in een buitenbaan}) = 1 - P(\text{geen niet-Amerikaan in een buitenbaan}) = 1 - \frac{\binom{3}{2}}{\binom{7}{2}} \approx 0,857$.
- 6 $P(1 \ 2 \ 3) = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{720}$.
- 7a $P(\text{baantje}) = P(B) = 0,60 \Rightarrow P(\text{geen baantje}) = P(\bar{B}) = 0,40$;
 $P(\text{baantje van meer dan 12 uur/week}) = P(M) = \frac{3}{4} \times 0,60 = 0,45 \Rightarrow P(\text{kleinere baan}) = P(K) = \frac{1}{4} \times 0,60 = 0,15$;
 $P(\underline{\bar{B}\bar{B}\bar{B}MMMMMMMMMMMMMMMMKKKKK}) = \binom{20}{3} \cdot \binom{17}{12} \cdot 0,40^3 \cdot 0,45^{12} \cdot 0,15^5 \approx 0,002$.
- 7b $P(\text{minstens vijf keer bellen}) = P(\text{eerste vier keer geen succes}) = P(\bar{K}\bar{K}\bar{K}\bar{K}) = 0,85^4 \approx 0,522$.
- 7c 28 leerlingen, waarvan 16 een baantje. 5 van deze 16 werken meer dan 12 uur \Rightarrow 11 hebben een kleinere baan
- 8a $P(\underline{1111222233334444}) = \binom{16}{4} \cdot \binom{12}{4} \cdot \binom{8}{4} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{16} \approx 0,015$ of $\frac{16!}{4! \cdot 4! \cdot 4! \cdot 4!} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{16} \approx 0,015$.
- 8b $P(\underline{22222223333aaaaaa}) = \binom{16}{6} \cdot \binom{10}{4} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{10} \cdot \left(\frac{2}{4}\right)^6 \approx 0,025$ of $\frac{16!}{6! \cdot 4! \cdot 6!} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{10} \cdot \left(\frac{2}{4}\right)^6 \approx 0,025$.
 (a staat voor iets anders dan een 2 of een 3)
- 8c $P(\text{bij de tiende worp evenveel als bij de derde worp}) = \frac{1}{4} = 0,25$.
- 9a $P(\text{som is 5}) = P(5) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ (zie de tabel hiernaast).
 $P(\underline{5555}) = \binom{4}{2} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{27}{128}$ of $\text{binompdf}(4, \frac{1}{4}, 2) = \frac{27}{128}$.
- 9b $P(\text{verschil is 2}) = P(2) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ (zie de tabel hiernaast). $A = \text{aantal keer "verschil is 2"}$.
 $P(A \geq 1) = 1 - P(A = 0) = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{175}{256}$ of $1 - \text{binompdf}(4, \frac{1}{4}, 0) = \frac{175}{256}$.
- 10a $P(\underline{rr}) = \frac{6}{a} \cdot \frac{a}{24} = \frac{6a}{24a} = \frac{1}{4}$.
- 10b $P(\underline{rz}) = P(rz) + P(zr) = \frac{6}{a} \cdot \frac{24-a}{24} + \frac{a-6}{a} \cdot \frac{a}{24} = \frac{144-6a}{24a} + \frac{a^2-6a}{24a} = \frac{a^2-12a+144}{24a}$.
- 10c $P(\underline{rz}) = \binom{2}{1} \cdot P(rz) = 2 \cdot \frac{6}{a} \cdot \frac{a-6}{a-1} = \frac{2 \cdot 6 \cdot (a-6)}{a \cdot (a-1)} = \frac{12a-72}{a^2-a}$.
- 10d $P(\underline{rz}) = \frac{12a-72}{a^2-a} > 0,4$ (bladeren door TABLE geeft)
 8, 9, 10, 11, ..., 20, 21, 22 of 23 knikkers.
- 11a $E = \text{het aantal dat met een 1 begint}$. (20% van 125 is $\frac{125}{5} = 25$)
 $P(E < 25) = P(E \leq 24) = \text{binomcdf}(125, 0,301, 24) \approx 0,004$.
- 11b $N = \text{het aantal dat met een 9 begint}$. (10% van 80 is $\frac{80}{10} = 8$)
 $P(N \geq 8) = 1 - P(N \leq 7) = 1 - \text{binomcdf}(80, 0,046, 7) \approx 0,031$.
- 11c Je verwacht dat (30,1% dus) $0,301 \cdot 750 \approx 226$ aantallen met een 1 begint.
 $P(E \leq 189) = \text{binomcdf}(750, 0,301, 189) \approx 0,002$.
 Er is aanleiding om aan fraude te denken, want de kans dat er 189 of minder met een 1 beginnen is heel erg klein.
- 11d $P(\underline{1111222aaaaaa}) = \binom{12}{4} \cdot \binom{8}{3} \cdot 0,301^4 \cdot 0,176^3 \cdot 0,523^5 \approx 0,049$ of $\frac{12!}{4! \cdot 3! \cdot 5!} \cdot 0,301^4 \cdot 0,176^3 \cdot 0,523^5 \approx 0,049$.
 (a staat voor een 3, 4, 5, 6, 7, 8 of 9)

$$\frac{\binom{3}{1} \cdot \binom{2}{1} \cdot \binom{1}{1}}{\binom{6}{3}} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{120} = \frac{6}{120} = 0,05$$

$$\text{binomcdf}(10, 0,15, 2) = 0,8201964804$$

$$\frac{\binom{3}{3}}{\binom{7}{3}} = \frac{1}{350} \approx 0,00285714286$$

$$\frac{\binom{2}{1} \cdot \binom{5}{1}}{\binom{7}{2}} = \frac{2 \cdot 5}{21} = \frac{10}{21} \approx 0,4761904762$$

$$1 - \frac{\binom{3}{2}}{\binom{7}{2}} = 1 - \frac{3}{21} = \frac{18}{21} = \frac{6}{7} \approx 0,8571428571$$

$$\frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{720} = \frac{720}{720} = 1$$

$$\frac{\binom{20}{3} \cdot \binom{17}{12} \cdot 0,40^3 \cdot 0,45^{12} \cdot 0,15^5}{1} \approx 0,002$$

$$0,85^4 = 0,52200625$$

$$\frac{\binom{17}{3}}{\binom{28}{3}} \cdot \frac{11}{25} \approx 0,091$$

$$\frac{17!}{3! \cdot 4! \cdot 4! \cdot 4!} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{16} \approx 0,015$$

$$\frac{16!}{6! \cdot 4! \cdot 6!} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{10} \cdot \left(\frac{2}{4}\right)^6 \approx 0,025$$

4	5	6	7	8
3	4	5	6	7
2	3	4	5	6
1	2	3	4	5
+ 1 2 3 4				

$$1 - \left(\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{175}{256}$$

4	3	2	1	0
3	2	1	0	1
2	1	0	1	2
1	0	1	2	3
- 1 2 3 4				

vaas	I	II
rood	6	a
zwart	a-6	24-a
totaal	a	24

X	Y1	Y2
4	2	4
5	5	4
6	0	4
7	28571	4
8	42857	4
9	57143	4
10	71429	4
Σ	53333	4
X=10		

$$\frac{2 \cdot \binom{12a-72}{a^2-a}}{1} > 0,4$$

$$\text{binomcdf}(125, 0,301, 24) = 0,0040152994$$

$$1 - \text{binomcdf}(80, 0,046, 7) = 0,0307996572$$

$$\text{binomcdf}(750, 0,301, 189) = 0,0017018139$$

$$\frac{\binom{12}{4} \cdot \binom{8}{3} \cdot 0,301^4 \cdot 0,176^3 \cdot 0,523^5}{1} \approx 0,049$$

$$\frac{12!}{4! \cdot 3! \cdot 5!} \cdot 0,301^4 \cdot 0,176^3 \cdot 0,523^5 \approx 0,049$$

- 12a \square Op de bovenste stippeltjes $P(\text{Sander pakt rood}) = P(r_s) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. Dus $\frac{1}{2}$.
Op de middelste stippeltjes $P(\text{Rob pakt wit}) = P(w_r) = \frac{2}{5}$. Dus $\frac{2}{5}$.
Op de onderste stippeltjes $P(\text{Sander pakt rood}) = P(r_s) = \frac{1}{4}$. Dus $\frac{1}{4}$.

12b \square $P(\text{Sander wint in 3 beurten}) = P(r_s w_r r_s) = \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{20} = 0,05$.

12c \square Het schema staat in figuur 13.3.

\square

13a \square $P(\text{Anouk wint in eerste beurt}) = P(\text{Anouk pakt 3 keer rood}) = P(r_A r_A r_A) = \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \approx 0,179$.

13b \square $P(\text{Hinke wint bij het pakken van de vierde knikker}) = P(w_A r_H r_H r_H) = \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \approx 0,107$.

13c \square $P(\text{Anouk wint bij het pakken van de vijfde knikker}) = P(w_A w_H r_A r_A r_A) + P(r_A w_A w_H r_A r_A) + P(r_A r_A w_A w_H r_A)$
 $= \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \approx 0,161$.

14a $P(rrr) = \frac{5}{8} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{9}{12} \approx 0,328$.

14b $P(\underline{wrr}) = P(wwr) + P(wrw) + P(rww) = \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{10} \cdot \frac{5}{12} + \frac{3}{8} \cdot \frac{5}{10} \cdot \frac{5}{12} + \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{12} \approx 0,234$.

15a $P(\underline{EEEE}) = 0,6^5 \approx 0,078$.

15b $P(\underline{EEBBBB}) = \binom{6}{2} \cdot 0,6^2 \cdot 0,4^4 \cdot 0,4 \approx 0,055$.

15c Dit betekent dat Eline de volgende drie rondes moet winnen met $P(\text{Eline wint alsnog}) = P(\underline{EEE}) = 0,6^3 = 0,216$.

15d $P(\text{Eline wint alsnog}) = P(\underline{EEE}) + P(\underline{BEEE}) = 0,6^3 + \binom{3}{1} \cdot 0,4 \cdot 0,6^2 \cdot 0,6 \approx 0,475$.

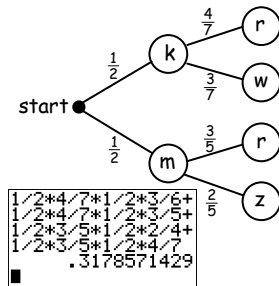
16a Zie de kansboom (met de kansen) hiernaast.

16b $P(\text{Anton pakt zwart}) = P(mz) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = 0,2$.

16c $P(\text{Anton pakt rood}) = P(kr) + P(mr) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{7} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} \approx 0,586$.

16d $P(\text{Anton pakt twee keer wit}) = P(kwkw) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{6} \approx 0,036$.

16e $P(\text{Anton pakt twee keer rood}) = P(krkr) + P(krmr) + P(mrmr) + P(mrkr)$
 $= \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{7} \approx 0,318$.



17a $P(\text{Evelien pakt de eerste keer rood}) = P(Ir) + P(IIr) = \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{7} + \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \approx 0,590$.

17b $P(\text{Evelien pakt drie keer rood}) = P(rrr) = \left(\frac{2}{6} \cdot \frac{4}{7} + \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5}\right)^3 \approx 0,206$.

17c $P(\text{Evelien pakt twee keer zwart}) = P(IIzIIz) = \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} \approx 0,071$.

18a Zie de kansboom hiernaast.

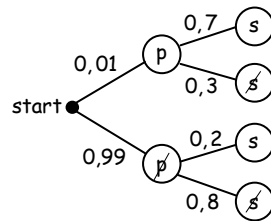
18b $P(\text{Nederlander heeft spierpijnklachten}) = P(ps) + P(\bar{p}s) = 0,01 \cdot 0,7 + 0,99 \cdot 0,2 = 0,205$.

18c Aantal = $10\,000 \cdot 0,01 \cdot 0,7 = 70$.

18d Aantal = $10\,000 \cdot 0,205 = 2\,050$.

18e $P(\text{persoon met spierpijnklachten heeft Parkinson}) = \frac{70}{2050} \approx 0,034$.

18f Van de personen die spierpijnklachten hebben, heeft maar een klein deel de ziekte van Parkinson. (zie 18e)



19a $P(\text{testresultaat negatief}) = P(\text{geen malaria en negatief}) + P(\text{malaria en negatief}) = 0,94 \cdot 0,95 + 0,06 \cdot 0,20 = 0,905$.

19b $P(\text{testresultaat positief}) = 1 - 0,905 = 0,095$. Dus $P(\text{Marc is besmet}) = \frac{0,06 \cdot 0,80}{0,095} \approx 0,505$.

19c $P(\text{Sabine is niet besmet}) = \frac{0,94 \cdot 0,95}{0,905} \approx 0,987$.

20a $P(\text{Schut is aan het kopiëren}) = \frac{8}{60} = \frac{2}{15}$.

20b $P(\text{minstens één keer aan het kopiëren}) = 1 - P(\text{geen enkele keer aan het kopiëren}) = 1 - \left(\frac{52}{60}\right)^{10} \approx 0,761$.

30b B is het aantal instellingen dat minder dan 150 seconden ($= 2\frac{1}{2}$ minuut) duurt.
 $p = \text{normalcdf}(-10^{99}, 150, 160, 15) = 0,252\dots$
 Dus naar verwachting duren $p \cdot 180 \approx 45$ handelingen minder dan $2\frac{1}{2}$ minuut.

```
normalcdf(-10^99,
,150,160,15)
Ans*180
45.44864406
```

```
normalcdf(165,10
^99,160,15)
Ans*P
.3694414037
```

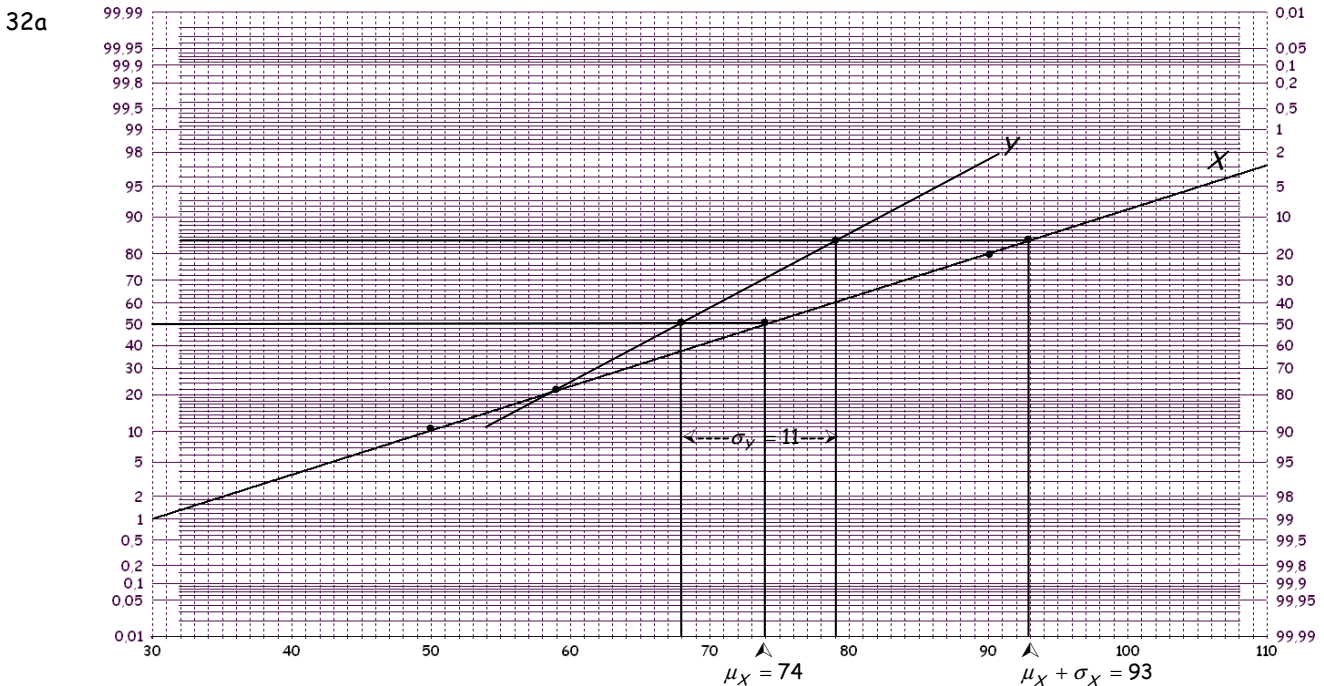
30c C is het aantal instellingen dat meer dan 165 seconden ($= 2$ minuten en 45 seconden) duurt.
 $p = \text{normalcdf}(165, 10^{99}, 160, 15) = 0,369\dots$
 $P(C \geq 5) = 1 - P(C \leq 4) = 1 - \text{binomcdf}(n, p, 4) > 0,99$ (n geheel \Rightarrow TABLE) $\Rightarrow n \geq 28$.
 De werknemer moet minstens 28 remmen instellen.

```
Plot1 Plot2 Plot3
Y1=1-binomcdf(X
,P,4)
Y2=0,99
Y3=
X=28
```

X	Y1	Y2
24	.97238	.99
25	.97961	.99
26	.98503	.99
27	.98897	.99
28	.99206	.99
29	.99426	.99
30	.99587	.99

31a Vuistregel I: 68% van de waarnemingsgetallen ligt binnen één standaardafwijking van $\mu \Rightarrow a = 68$.
 Vuistregel II: 95% van de waarnemingsgetallen ligt binnen twee standaardafwijkingen van $\mu \Rightarrow b = 95$.

31b $\mu = \frac{58+67}{2} = \frac{125}{2} = 62,5$. (een normale verdeling is symmetrisch t.o.v. μ)
 Tussen $P_{2,5}$ en $P_{97,5}$ ligt 95% $\Rightarrow \mu - 2\sigma = P_{2,5} \Rightarrow 62,5 - 2\sigma = 58 \Rightarrow -2\sigma = -4,5 \Rightarrow \sigma = 2,25$.



$P_{10} = 50$ en $P_{80} = 90 \Rightarrow$ de lijn van de toevalsvariabel X gaat door $(50, 10)$ en $(90, 80)$ (zie hierboven).
 Lees nu af: bij 50% hoort $\mu_X = 74$ en bij 84% hoort $\mu_X + \sigma_X = 93 \Rightarrow \mu_X = 74$ en $\sigma_X = 93 - 74 = 19$.

32b $\mu_Y = 68$ (niet 60 zoals in de eerste boeken) en $\sigma_Y = 11$ (niet 20 zoals in de eerste boeken).
 Dus de lijn van de toevalsvariabel Y gaat door $(68, 50)$ en $(79, 84)$ (zie de figuur bij 32a hierboven).

32c Het snijpunt $(59, 21)$ betekent dat van beide toevalsvariabelen 21% van de waarnemingen onder de 59 ligt.

33a Ja, zie figuur 13.9. (de gemiddeldes van beide klokken zijn elkaars tegengestelden $\Rightarrow \mu_{-X} = -\mu_X$)

33b Nee, zie figuur 13.9. (de standaardafwijkingen van beide klokken zijn gelijk $\Rightarrow \sigma_{-X} = \sigma_X$)

34 De totale afhandelingstijd $T = X + Y$ van de twee fasen is normaal verdeeld met:
 $\mu_T = \mu_X + \mu_Y = 170 + 110 = 280$ (seconden) en $\sigma_T = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2} = \sqrt{12^2 + 8^2} = \sqrt{208}$ (seconden).
 $P(T > 5 \cdot 60) = \text{normalcdf}(300, 10^{99}, 280, \sqrt{208}) \approx 0,083$. Dus in 8,3% van de gevallen.

```
12^2+8^2
normalcdf(300,10
^99,280,√(208))
Ans*100
.0827589638
```

35 De brutogewicht $B = X + Y$ is normaal verdeeld met:
 $\mu_B = \mu_X + \mu_Y = 5 + 248 = 253$ (gram) en $\sigma_B = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2} = \sqrt{0,3^2 + 12^2} = \sqrt{144,09}$ (gram).
 $P(B > 250) = \text{normalcdf}(250, 10^{99}, 253, \sqrt{144,09}) \approx 0,599$. Dus in 59,9% van de gevallen.

```
0,3^2+12^2
normalcdf(250,10
^99,253,√(144,09))
Ans*100
.5986760798
```

36 De totale afstand $d = d_1 + d_2$ is normaal verdeeld met:
 $\mu_d = \mu_{d_1} + \mu_{d_2} = 45 + 130 = 175$ (m) en $\sigma_d = \sqrt{\sigma_{d_1}^2 + \sigma_{d_2}^2} = \sqrt{12^2 + 10^2} = \sqrt{244}$ (m).
 $P(T > 200) = \text{normalcdf}(200, 10^{99}, 175, \sqrt{244}) \approx 0,055$.

```
12^2+10^2
normalcdf(200,10
^99,175,√(244))
Ans*100
.0547481737
```

37a De bout is te dik voor de moer als $X > Y \Rightarrow V = X - Y > 0$. V is ook normaal verdeeld met:

$$\mu_V = \mu_X - \mu_Y = 13,2 - 13,5 = -0,3 \text{ (mm)} \text{ en } \sigma_V = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2} = \sqrt{0,1^2 + 0,2^2} = \sqrt{0,05} \text{ (mm)}$$

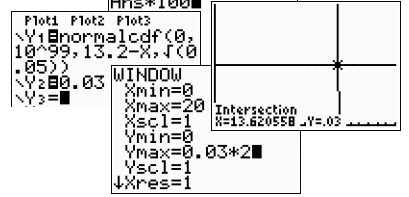
$$P(V > 0) = \text{normalcdf}(0, 10^{-99}, -0,3, \sqrt{0,05}) \approx 0,090. \text{ Dus in 9,0\% van de gevallen.}$$

```
0.12+0.2^2
normalcdf(0,10^99
9,-0.3,√(0.05))
Ans=0.0898563087
```

37b $\mu_V = \mu_X - \mu_Y = 13,2 - \mu_Y$ (mm) en $\sigma_V = \sqrt{0,05}$ (mm).

$$P(V > 0) = \text{normalcdf}(0, 10^{-99}, 13,2 - \mu_Y, \sqrt{0,05}) = 0,03 \text{ (intersect)} \Rightarrow \mu_Y \approx 13,62.$$

Dus met een gemiddelde diameter van de moeren van 13,62 mm.



38a A = de speelsterkte van Van der Avoird en T = de speelsterkte van Thijssen.

Van de Avoird wint van Thijssen als $A > T \Rightarrow V = A - T > 0$. V is ook normaal verdeeld met:

$$\mu_V = \mu_A - \mu_T = 2170 - 1920 = 250 \text{ en } \sigma_V = \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_T^2} = \sqrt{200^2 + 200^2} = \sqrt{80000}$$

$$P(V > 0) = \text{normalcdf}(0, 10^{-99}, 250, \sqrt{80000}) \approx 0,812.$$

```
200^2+200^2
normalcdf(0,10^99
9,250,√(80000))
Ans=0.8116204809
```

38b De Elo-rating van Van de Avoird: $R_{\text{nieuw}} = R_{\text{oud}} + 10(w - v) = 2170 + 10(0,5 - 0,81) \approx 2167$.

De Elo-rating van Thijssen: $R_{\text{nieuw}} = R_{\text{oud}} + 10(w - v) = 1920 + 10(0,5 - 0,19) \approx 1923$.

```
2170+10(0.5-0.81)
1920+10(0.5-0.19)
2166.9
1923.1
```

38c K = de speelsterkte van De Keizer en M = de speelsterkte van Mol.

De Keizer wint van Mol als $K > M \Rightarrow V = K - M > 0$. V is ook normaal verdeeld met:

$$\mu_V = \mu_K - \mu_M = 2060 - 1870 = 190 \text{ en } \sigma_V = \sqrt{\sigma_K^2 + \sigma_M^2} = \sqrt{200^2 + 200^2} = \sqrt{80000}$$

$$P(K \text{ wint}) = P(V > 0) = \text{normalcdf}(0, 10^{-99}, 190, \sqrt{80000}) \approx 0,749.$$

De Elo-rating van De Keizer wordt $2060 + 10(1 - 0,749) \approx 2063$.

De Elo-rating van Mol wordt $1870 + 10(0 - 0,251) \approx 1867$.

```
normalcdf(0,10^99
9,190,√(80000))
.7491290982
```

```
2060+10(1-0.749)
1870+10(0-0.251)
2062.51
1867.49
```

39a Limonade verloren als $X < Y \Rightarrow V = X - Y < 0$. V is ook normaal verdeeld met:

$$\mu_V = \mu_X - \mu_Y = 1015 - 1005 = 10 \text{ (ml)} \text{ en } \sigma_V = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2} = \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{80} \text{ (ml)}$$

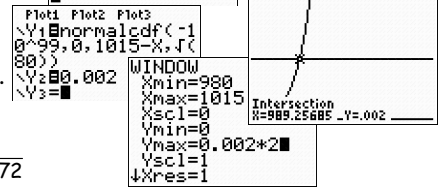
$$P(V < 0) = \text{normalcdf}(-10^{-99}, 0, 10, \sqrt{80}) \approx 0,132. \text{ Dus in 13,2\% van de gevallen.}$$

```
normalcdf(-10^99
0,10,√(80))
Ans=0.131776284
```

39b $\mu_V = \mu_X - \mu_Y = 1015 - \mu_Y$ (ml) en $\sigma_V = \sqrt{80}$ (ml).

$$P(V < 0) = \text{normalcdf}(-10^{-99}, 0, 1015 - \mu_Y, \sqrt{80}) = 0,002 \text{ (intersect)} \Rightarrow \mu_Y \approx 989,3.$$

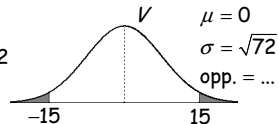
Dus de machine afstellen op een gemiddelde van 989,3 ml.



40a X = de lengte van man 1 in cm en Y = de lengte van man 2

Het verschil is meer dan 15 betekent:

$V = X - Y < -15$ (dus $Y - X > 15$) of $V = X - Y > 15$.



V is normaal verdeeld met: $\mu_V = \mu_X - \mu_Y = 178 - 178 = 0$ (cm) en $\sigma_V = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2} = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72}$ (cm).

$$\text{opp.} = 2 \cdot \text{normalcdf}(-10^{-99}, -15, 0, \sqrt{72}) \approx 0,077 \text{ (de gevraagde kans).}$$

```
2*normalcdf(-10^99
-15,0,√(72))
.077099772
```

40b T , het aantal tweetallen dat meer dan 15 cm verschilt, is binomiaal verdeeld ($n = 12$ en $p = \text{Ans}$).

$$P(T \geq 2) = 1 - P(T \leq 1) = 1 - \text{binomcdf}(12, \text{Ans}, 1) \approx 0,235.$$

```
0.5^2+0.3^2+0.8^2+1.6^2
.62
normalcdf(60,10^99
99,58,√(3.54))
.1435937238
```

41 De totale afhandelingstijd T is normaal verdeeld met:

$$\mu_T = 12 + 8 + 20 + 18 = 58 \text{ (sec.)} \text{ en } \sigma_T = \sqrt{0,5^2 + 0,3^2 + 0,8^2 + 1,6^2} = \sqrt{3,54} \text{ (sec.)}$$

$$P(T > 60) = \text{normalcdf}(60, 10^{-99}, 58, \sqrt{3,54}) \approx 0,144. \text{ Dus in 14,4\% van de gevallen.}$$

42a De totale fietstijd T is normaal verdeeld met:

$$\mu_T = 18 + 7 + 15 = 40 \text{ (min.)} \text{ en } \sigma_T = \sqrt{2,5^2 + 1,25^2 + 2^2} = \sqrt{11,8125} \text{ (min.)}$$

$$P(T > 45) = \text{normalcdf}(45, 10^{-99}, 40, \sqrt{11,8125}) \approx 0,073.$$

```
2.5^2+1.25^2+2^2
11.8125
normalcdf(45,10^99
99,40,√(11.8125))
.0728643062
```

```
normalcdf(50,10^99
99,40,√(11.8125))
.0018096881
1-binomcdf(35,Ans,0)
.0614287089
```

42b Van 7:25 tot 8:15 zijn 35 + 15 = 50 minuten.

T , het aantal keer te laat, is binomiaal verdeeld met $n = 35$ en $p = \text{normalcdf}(50, 10^{-99}, 40, \sqrt{11,8125}) \approx 0,0018...$

$$P(T \geq 1) = 1 - P(T \leq 0) = 1 - \text{binomcdf}(35, p, 0) \approx 0,061.$$

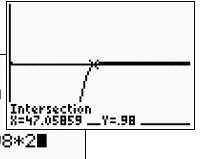
42c $c = \text{invNorm}(0,98, 40, \sqrt{11,8125}) \approx 47,06$ (min.).

$$\text{OF...normalcdf}(-10^{-99}, c, 40, \sqrt{11,8125}) = 0,98 \text{ (intersect)} \Rightarrow c \approx 47,06 \text{ (min.)}$$

Dus minstens 47 (= 15 + 32) minuten vóór 8:15 \Rightarrow vóór 7:28.

```
invNorm(0.98,40,√(11.8125))
47.05859488
```

```
Plot1 Plot2 Plots
Y1:normalcdf(-10^99,40,√(11.8125))
Y2:0.98
Y3:
WINDOW
Xmin=0
Xmax=100
Xsc1=0
Ymin=0
Ymax=0.98*2
Ysc1=1
Xres=1
```

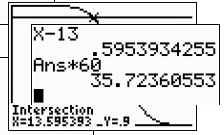


42d $\mu_T = \mu_I + 22$ (min.) en $\sigma_T = \sqrt{11,8125}$ (min.).

$$\text{normalcdf}(-10^{-99}, 40, \mu_I + 22, \sqrt{11,8125}) = 0,90 \text{ (intersect)} \Rightarrow \mu_I \approx 13,60 \text{ (min.)}$$

Dus de gemiddelde fietstijd op I is (ongeveer) 13 minuten en 36 seconden.

```
Plot1 Plot2 Plots
Y1:normalcdf(-10^99,40,√(11.8125))
Y2:0.90
Y3:
WINDOW
Xmin=0
Xmax=30
Xsc1=0
Ymin=0
Ymax=1
Ysc1=0
Xres=1
```



43 $\mu_{\text{som}} = \mu_X + \mu_X + \mu_X + \mu_X + \mu_X + \mu_X + \mu_X + \mu_X = 8 \cdot \mu_X$
 $\sigma_{\text{som}} = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_X^2 + \sigma_X^2 + \sigma_X^2 + \sigma_X^2 + \sigma_X^2 + \sigma_X^2 + \sigma_X^2} = \sqrt{8 \cdot \sigma_X^2} = \sigma_X \cdot \sqrt{8} = \sqrt{8} \cdot \sigma_X \neq 8 \cdot \sigma_X$

44 $P(X_{\text{som}} \geq 2 \cdot 60 + 1 \cdot 15) = P(X_{\text{som}} \geq 135) = P(X_{\text{som}} > 135) = \text{normalcdf}(135, 10^{99}, 40 \cdot 3, 8 \cdot \sqrt{3}) \approx 0,140$

```
normalcdf(135,10^99,40*3,8*sqrt(3))
.1395081917
```

45a $P(X_{\text{stapel}} > 105) = \text{normalcdf}(105, 10^{99}, 5 \cdot 20, 0,5 \cdot \sqrt{20}) \approx 0,013$

```
normalcdf(105,10^99,5*20,0.5*sqrt(20))
.0126736174
Ans>X
.0126736174
```

45b B , het aantal stapels dat niet in de krat past, is binomiaal verdeeld met $n = 12$ en $p = \text{Ans}$.
 $P(B \geq 2) = 1 - P(B \leq 1) = 1 - \text{binomcdf}(12, \text{Ans}, 1) \approx 0,010$

```
1-binomcdf(12,X,1)
.0097425694
```

46a $P(X < 20) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 20, 25, 3) \approx 0,048$

```
normalcdf(-10^99,20,25,3)
.0477903304
```

46b $P(B < 140) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 140, 25 \cdot 6, 3 \cdot \sqrt{6}) \approx 0,087$

```
normalcdf(-10^99,140,25*6,3*sqrt(6))
.0867941419
```

46c C , het aantal pakken dat minder dan 140 gram bevat, is binomiaal verdeeld met $n = 20$ en $p = \text{Ans}$.
 $P(C > 2) = P(C \geq 3) = 1 - P(C \leq 2) = 1 - \text{binomcdf}(20, \text{Ans}, 2) \approx 0,249$

```
1-binomcdf(20,Ans,2)
.2487532552
```

47 T , het gewicht van een krat met 12 flessen, is normaal verdeeld met:

$\mu_T = 1,5 \cdot 12 + 2 = 20$ (kg) en $\sigma_T = \sqrt{0,05^2 \cdot 12 + 0,3^2} = \sqrt{0,12}$ (kg).
 $P(T > 20,5) = \text{normalcdf}(20,5, 10^{99}, 20, \sqrt{0,12}) \approx 0,074$

```
1.5*12+2
0.05^2*12+0.3^2
.12
```

```
normalcdf(20.5,10^99,20,sqrt(0.12))
.074457379
```

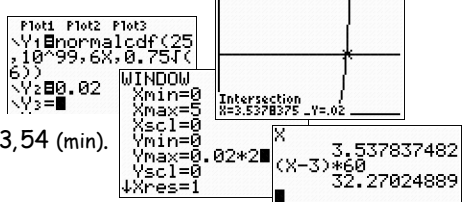
48a Q , de duur van de quiz, is normaal verdeeld met $\mu_Q = 4 \cdot 6 = 24$ (min.) en $\sigma_Q = \sqrt{0,75^2 \cdot 6} = 0,75\sqrt{6}$ (min.).

$P(Q > 25) = \text{normalcdf}(25, 10^{99}, 24, 0,75\sqrt{6}) \approx 0,293$...
 Dus naar verwachting $\text{Ans} \cdot 50 \approx 15$ keer.

```
normalcdf(25,10^99,24,0.75*sqrt(6))
.2931068111
Ans*50
14.65534056
```

48b De verwachting $P(Q > 25) \cdot 50 \leq 1 \Rightarrow P(Q > 25) \leq \frac{1}{50}$

$P(Q > 25) = \text{normalcdf}(25, 10^{99}, 6 \cdot \mu_{\text{ronde}}, 0,75\sqrt{6}) = 0,02$ (intersect) $\Rightarrow \mu_{\text{ronde}} \approx 3,54$ (min).
 Dat is 3 minuten en 32 seconden.



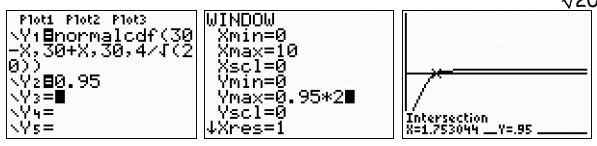
49a $P(X < 25 \vee X > 35) = 1 - P(25 \leq X \leq 35) = 1 - P(25 < X < 35) = 1 - \text{normalcdf}(25, 35, 30, 4) \approx 0,211$

```
1-normalcdf(25,35,30,4)
.2112996779
```

49b $P(\bar{X} < 25 \vee \bar{X} > 35) = 1 - P(25 < \bar{X} < 35) = 1 - \text{normalcdf}(25, 35, 30, \frac{4}{\sqrt{20}}) \approx 0,000$

```
1-normalcdf(25,35,30,4/sqrt(20))
2.274488e-8
```

49c $P(30 - a < \bar{X} < 30 + a) = \text{normalcdf}(30 - a, 30 + a, 30, \frac{4}{\sqrt{20}}) = 0,95$ (intersect) $\Rightarrow a \approx 1,75$



```
Plot1 Plot2 Plot3  

\Y1=1-normalcdf(29,31,30,4/sqrt(X))  

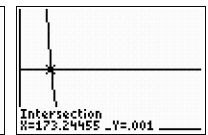
\Y2=0.001  

\Y3=  

\Y4=  

\Y5=  

\Xres=1
```



49d $P(\bar{X} < 29 \vee \bar{X} > 31) = 1 - P(29 < \bar{X} < 31) = 1 - \text{normalcdf}(29, 31, 30, \frac{4}{\sqrt{n}}) = 0,001$ (intersect) $\Rightarrow n \approx 173,2$.
 $P(\bar{X} < 29 \vee \bar{X} > 31) < 0,001$ (zie een plot/TABLE) $\Rightarrow n > 173$ (of $n \geq 174$).

50a $P(A < 250) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 250, 250,4, 0,6) \approx 0,252$. Dus 25,2% van de pakjes.

```
normalcdf(-10^99,250,250.4,0.6)
.252492467
Ans*100
25.2492467
```

50b $P(B < 250) = P(\bar{A} < 250) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 250, 250,4, \frac{0,6}{\sqrt{10}}) \approx 0,018$. Dus 1,8% van de dozen.

```
normalcdf(-10^99,250,250.4,0.6/sqrt(10))
.0175074283
Ans*100
1.750742828
```

50c $P(C < 2500) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 2500, 250,4 \cdot 10, 0,6\sqrt{10}) \approx 0,018$. Dus 1,8% van de dozen.

```
normalcdf(-10^99,2500,250.4*10,0.6*sqrt(10))
.0175074283
Ans*100
1.750742828
```

50d Bij een gemiddeld gewicht van 250 gram per pakje, weegt een doos $10 \cdot 250 = 2500$ gram.

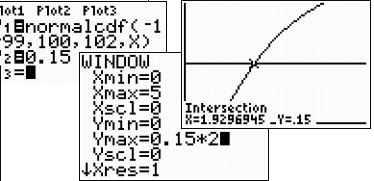
51 $P(\bar{X} > 100) = \text{normalcdf}(100, 10^{99}, 104,5, \frac{10}{\sqrt{16}}) \approx 0,964$. Dus 96,4% van de pakjes.

```
normalcdf(100,10^99,104.5,10/sqrt(16))
.9640697345
Ans*100
96.40697345
```

52a $P(A < 100) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 100, 102, \sigma) = 0,15$ (intersect) $\Rightarrow \sigma \approx 1,93$ (cl).

52b $P(B < 100) = P(\bar{A} < 100) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 100, 102, \frac{1,93}{\sqrt{12}}) \approx 0,0002$

```
normalcdf(-10^99,100,102,1.93/sqrt(12))
1.655401639e-4
1-binompdf(25,Ans,0)
.0041302935
```



52c $P(C \geq 1) = 1 - P(C = 0) = 1 - \text{binompdf}(25, \text{Ans}, 0) \approx 0,004$

53 $\text{normalcdf}(35, 10^{99}, 37, \frac{5}{\sqrt{n}}) = 0,98$ (intersect) $\Rightarrow n \approx 26,4$.
 $P(\bar{X} \geq 35) \geq 0,98$ (zie een plot/TABLE) $\Rightarrow n > 26$ (of $n \geq 27$).

```
Plot1 Plot2 Plot3  

\Y1=normalcdf(35,10^99,37,5/sqrt(X))  

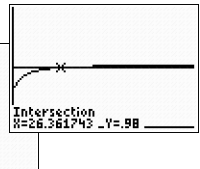
\Y2=0.98  

\Y3=  

\Y4=  

\Y5=  

\Xres=1
```



54a $P(Z < 5) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 5, 5.3, 0.5) \approx 0,274.$

54b $P(B < 100) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 100, 5.3 \cdot 20, 0.5\sqrt{20}) \approx 0,004.$

54c $P(\bar{Z} < 5, 2 \vee \bar{Z} > 5, 4) = 1 - P(5, 2 \leq \bar{Z} \leq 5, 4) = 1 - P(5, 2 < \bar{Z} < 5, 4) = 1 - \text{normalcdf}(5.2, 5.4, 5.3, \frac{0.5}{\sqrt{20}}) \approx 0,371.$

Dus van 37,1% van de pakjes.

54d $P(\bar{Z} < 5) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 5, 5.3, \frac{0.5}{\sqrt{n}}) = 0,02$ (intersect) $\Rightarrow n \approx 11,7.$

$P(\bar{Z} < 5) < 0,02$ (zie een plot/TABLE) $\Rightarrow n \geq 12$ (dus minstens 12 zakjes in een pakje).

55a Niet juist, want bij aantallen X is X een geheel getal $\Rightarrow P(X < 4) = P(X \leq 3).$

55b Wel juist, want bij gewichten Y is $Y \leq 4$ hetzelfde als $Y < 4.$

56a continu.

56c continu.

56e discreet.

56g discreet.

56i discreet.

56b discreet.

56d discreet.

56f discreet.

56h continu.

56j discreet.

57a $P(X \leq 10) = P(Y \leq 10, 5).$

57b $P(X < 12) = P(X \leq 11) = P(Y \leq 11, 5).$

57c $P(X > 18) = P(X \geq 19) = 1 - P(X \leq 18) = 1 - P(Y \leq 18, 5).$

57d $P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7) = 1 - P(Y \leq 7, 5).$

57e $P(6 \leq X \leq 10) = P(X \leq 10) - P(X \leq 5) = P(Y \leq 10, 5) - P(Y \leq 5, 5).$

57f $P(8 < X < 20) = P(X \leq 19) - P(X \leq 8) = P(Y \leq 19, 5) - P(Y \leq 8, 5).$

57g $P(X \leq 6 \vee X \geq 8) = P(X \leq 6) + P(X \geq 8) = P(X \leq 6) + 1 - P(X \leq 7) = P(Y \leq 6, 5) + 1 - P(Y \leq 7, 5).$

57h $P(X = 10) = P(X \leq 10) - P(X \leq 9) = P(Y \leq 10, 5) - P(Y \leq 9, 5).$

57i $P(9 < X \leq 15) = P(X \leq 15) - P(X \leq 9) = P(Y \leq 15, 5) - P(Y \leq 9, 5).$

58a $P(X \leq 28) = P(Y \leq 28, 5) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 28.5, 35.2, 6.9) \approx 0,166.$

58b $P(X \geq 38) = P(Y \geq 37, 5) = \text{normalcdf}(37.5, 10^{99}, 35.2, 6.9) \approx 0,369.$

58c $P(X = 33) = P(32, 5 \leq Y \leq 33, 5) = \text{normalcdf}(32.5, 33.5, 35.2, 6.9) \approx 0,055.$

58d $P(30 \leq X \leq 40) = P(29, 5 \leq Y \leq 40, 5) = \text{normalcdf}(29.5, 40.5, 35.2, 6.9) \approx 0,574.$

58e $P(X < 45) = P(Y \leq 44, 5) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 44.5, 35.2, 6.9) \approx 0,911.$

58f $P(X > 40) = P(Y \geq 40, 5) = \text{normalcdf}(40.5, 10^{99}, 35.2, 6.9) \approx 0,221.$

59a $P(X < 20) = P(Y \leq 19, 5) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 19.5, 28.2, 4.3) \approx 0,022.$ Dus 2,2%.

59b $P(X = 30) = P(29, 5 \leq Y \leq 30, 5) = \text{normalcdf}(29.5, 30.5, 28.2, 4.3) \approx 0,085.$

59c $P(X > 25) = P(Y \geq 25, 5) = \text{normalcdf}(25.5, 10^{99}, 28.2, 4.3) \approx 0,735.$

60a $P(X > 12) = P(Y \geq 12, 5) = \text{normalcdf}(12.5, 10^{99}, 9.8, 3.6) \approx 0,227.$

60b $P(X = 10) = P(9, 5 \leq Y \leq 10, 5) = \text{normalcdf}(9.5, 10.5, 9.8, 3.6) \approx 0,110.$

60c $P(C \geq 2) = 1 - P(C \leq 1) = 1 - \text{binomcdf}(16, 0.2266, \dots, 1) \approx 0,907.$

61a $P(X \leq 100) = \text{binomcdf}(300, 0.37, 100) \approx 0,104.$

61b $P(X \leq 100) = P(Y \leq 100, 5) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 100.5, 300 \cdot 0.37, \sqrt{300 \cdot 0.37 \cdot (1 - 0.37)}) \approx 0,105.$

62a $X =$ het aantal personen dat komt opdagen $\Rightarrow P(X \leq 1300) = \text{binomcdf}(1430, 0.9, 1300) \approx 0,884.$

62b Stel hij accepteert maximaal n reserveringen.

$P(X \leq 1300) = \text{binomcdf}(n, 0.9, 1300) > 0,99.$

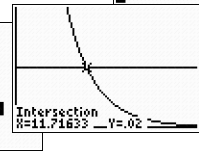
TABLE geeft $n \leq 1416.$

Dus hij noteert maximaal 1416 reserveringen.

```
normalcdf(-10^99,
5,5.3,0.5)
.2742530646
normalcdf(-10^99,
100,5.3*20,0.5*sqrt(20))
.003645226
```

```
1-normalcdf(5.2,
5.4,5.3,0.5/sqrt(20))
.3710932977
Ans*100
37.10932977
```

```
Plot1 Plot2 Plot3
Y1:normalcdf(-10^99,5.3,0.5/sqrt(n))
Y2:0.02
Y3:
WINDOW
Xmin=0
Xmax=30
Xsc1=0
Ymin=0
Ymax=0.02*2
Ysc1=0
Xres=1
```



```
normalcdf(-10^99,
28.5,35.2,6.9)
.165770525
normalcdf(37.5,10^99,
35.2,6.9)
.3694414037
```

```
normalcdf(32.5,33.5,35.2,6.9)
.0549091363
normalcdf(29.5,40.5,35.2,6.9)
.5744135928
```

```
normalcdf(-10^99,
44.5,35.2,6.9)
.9111427769
normalcdf(40.5,10^99,
35.2,6.9)
.2212090825
```

```
normalcdf(-10^99,
19.5,28.2,4.3)
.0215233208
Ans*100
2.152332079
```

```
normalcdf(29.5,30.5,28.2,4.3)
.0848368957
normalcdf(25.5,10^99,
28.2,4.3)
.7349676219
```

```
normalcdf(12.5,10^99,
9.8,3.6)
.2266272794
normalcdf(9.5,10.5,9.8,3.6)
.1102928554
```

```
normalcdf(12.5,10^99,
9.8,3.6)
.2266272794
1-binomcdf(16,Ans,1)
.9068405121
```

```
binomcdf(300,0.37,100)
.1040307214
```

```
normalcdf(-10^99,
100.5,300*0.37,sqrt(300*0.37*(1-0.37)))
.1046273154
```

X	Y1	Y2
1000	.99	.99
1100	.99	.99
1200	.99	.99
1300	.99	.99
1400	.99992	.99
1416	.99995	.99
1430	.99998	.99
1500	.99999	.99

X	Y1	Y2
1413	.99568	.99
1414	.99446	.99
1415	.99294	.99
1416	.99107	.99
1417	.98879	.99
1418	.98602	.99
1419	.98272	.99
1420	.97882	.99

50*0.7	35
50*0.3	15
50*0.7*0.3	10.5

- 63
- $n = 50$ en $p = 0,7 \Rightarrow np = 50 \cdot 0,7 = 35 > 5$ en $n(1-p) = 50 \cdot 0,3 = 15 > 5$.
(dus X normaal te benaderen met toevalsvariabele Y waarvan $\mu_Y = np = 35$ en $\sigma_Y = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{35 \cdot 0,3} = \sqrt{10,5}$.
 $P(35 - \sqrt{10,5} < Y < 35 + \sqrt{10,5}) = \text{normalcdf}(35 - \sqrt{10,5}, 35 + \sqrt{10,5}, 35, \sqrt{10,5}) \approx 0,683$.
 - $n = 400$ en $p = 0,7 \Rightarrow \mu_Y = np = 280$ en $\sigma_Y = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{280 \cdot 0,3} = \sqrt{84}$.
 $P(280 - \sqrt{84} < Y < 280 + \sqrt{84}) = \text{normalcdf}(280 - \sqrt{84}, 280 + \sqrt{84}, 280, \sqrt{84}) \approx 0,683$.
 - $n = 900$ en $p = 0,7 \Rightarrow \mu_Y = np = 630$ en $\sigma_Y = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{630 \cdot 0,3} = \sqrt{189}$.
 $P(630 - \sqrt{189} < Y < 630 + \sqrt{189}) = \text{normalcdf}(630 - \sqrt{189}, 630 + \sqrt{189}, 630, \sqrt{189}) \approx 0,683$.
- De vuistregel klopt ook bij de binomiaal verdeelde toevalsvariabele X .

64

$$E(X) = 1440 \Rightarrow np = 1440 \quad \textcircled{1}$$

$$\sigma_X = 10 \Rightarrow \sqrt{np(1-p)} = 30 \quad \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ in $\textcircled{2} \Rightarrow \sqrt{1440(1-p)} = 30$ (kwadrateren)

$$1440(1-p) = 900$$

$$1-p = \frac{900}{1440}$$

$$1 - \frac{900}{1440} = p = 0,375 \text{ in } \textcircled{1} \Rightarrow n \cdot 0,375 = 1440 \Rightarrow n = \frac{1440}{0,375} = 3840$$

65

$$E(X) = 12 \Rightarrow np = 12 \quad \textcircled{1}$$

$$\sigma_X = 3 \Rightarrow \sqrt{np(1-p)} = 3 \quad \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$ in $\textcircled{2} \Rightarrow \sqrt{12(1-p)} = 3$ (kwadrateren)

$$12(1-p) = 9$$

$$1-p = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$1 - \frac{3}{4} = p = \frac{1}{4} \text{ in } \textcircled{1} \Rightarrow n \cdot \frac{1}{4} = 12 \Rightarrow n = 12 \cdot 4 = 48$$

$$P(X \geq 16) = 1 - P(X \leq 15) = 1 - \text{binomcdf}(48, \frac{1}{4}, 15) \approx 0,1232$$

Diagnostische toets

- D1a $P(\underline{112233445566}) = \binom{12}{2} \cdot \binom{10}{2} \cdot \binom{8}{2} \cdot \binom{6}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{12} \approx 0,003$ of $\frac{12!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{12} \approx 0,003$.
- D1b $P(\underline{11116666aaaa}) = \binom{12}{4} \cdot \binom{8}{4} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 \cdot \left(\frac{4}{6}\right)^4 \approx 0,004$ of $\frac{12!}{4! \cdot 4! \cdot 4!} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^8 \cdot \left(\frac{4}{6}\right)^4 \approx 0,004$.
- D1c $P(66*****\bar{6}\bar{6}) = \binom{12}{6} \cdot 1^8 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 \approx 0,019$. (* mag elk aantal zijn)
- D1d $P(\text{vier of vijf keer gooiën}) = P(\text{vier keer gooiën}) + P(\text{vijf keer gooiën}) = P(*\bar{6}\bar{6}\bar{6}\bar{6}) + P(\bar{6}\bar{6}\bar{6}\bar{6}\bar{6}) + P(\bar{6}\bar{6}\bar{6}\bar{6}\bar{6}) + P(\bar{6}\bar{6}\bar{6}\bar{6}\bar{6})$
 $= 1 \cdot \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 + \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 + \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \approx 0,046$.

D2a A , het aantal keer even, is binomiaal verdeeld met $n = 16$ en $p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
 $P(A > 10) = P(A \geq 11) = 1 - P(A \leq 10) = 1 - \text{binomcdf}(16, \frac{1}{2}, 10) \approx 0,105$.

D2b B , het aantal keer 5 of 6 ogen, is binomiaal verdeeld met $n = 16$ en $p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
 $P(B = 5) = \text{binompdf}(16, \frac{1}{3}, 5) \approx 0,208$.

D2c C , het aantal keer 1 of 2 ogen, is binomiaal verdeeld met $n = 16$ en $p = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
 $P(5 < C < 10) = P(6 \leq C \leq 9) = \text{binomcdf}(16, \frac{1}{3}, 9) - \text{binomcdf}(16, \frac{1}{3}, 5) \approx 0,437$.

D3a $P(\underline{rw}) = P(rw) + P(wr) = \frac{8}{a} \cdot \frac{30-a}{30} + \frac{a-8}{a} \cdot \frac{a}{30} = \frac{240-8a}{30a} + \frac{a^2-8a}{30a} = \frac{a^2-16a+240}{30a}$

D3b $P(\underline{rw}) = \frac{a^2-16a+240}{30a} = 0,6$ (bladeren door TABLE geeft)
 $a = 10$ of $a = 24$. (a is het aantal knikkers in vaas I)

D3c $P(\underline{rw}) = \binom{2}{1} \cdot P(rw) = 2 \cdot \frac{8}{a} \cdot \frac{a-8}{a-1} = \frac{16(a-8)}{a(a-1)} = \frac{16a-128}{a^2-a}$

D3d $P(\underline{rw}) = \binom{2}{1} \cdot P(rw) = 2 \cdot \frac{a}{30} \cdot \frac{30-a}{29} = \frac{2a(30-a)}{870} = \frac{60a-2a^2}{870}$
 $\frac{2a(30-a)}{870} > 0,5$ (bladeren door TABLE) $\Rightarrow a = 13 \vee a = 14 \vee a = 15 \vee a = 16 \vee a = 17$. (rode knikkers in vaas II)

vaas	I	II
rood	8	a
wit	$a-8$	$30-a$
totaal	a	30

X	Y1	Y2
8	.54762	.54762
10	.54384	.54384
11	.54006	.54006
12	.53628	.53628
13	.53250	.53250
14	.52872	.52872

X	Y1	Y2
13	.49655	.49655
14	.51984	.51984
15	.54313	.54313
16	.56642	.56642
17	.58971	.58971
18	.61300	.61300

D4a $P(\text{na 2 keer pakken 7 blauwe over}) = P(\underline{rb}) = P(rb) + P(br) = \frac{6}{14} \cdot \frac{8}{14} + \frac{8}{14} \cdot \frac{6}{13} \approx 0,509$

D4b $P(\text{na 3 keer pakken 6 blauwe over}) = P(\underline{rbb}) = P(rbb) + P(brb) + P(bbr) = \frac{6}{14} \cdot \frac{8}{14} \cdot \frac{7}{13} + \frac{8}{14} \cdot \frac{6}{13} \cdot \frac{7}{13} + \frac{8}{14} \cdot \frac{7}{13} \cdot \frac{6}{12} \approx 0,428$

D5a $P(\text{Klaas wint in 7 beurten}) = P(\text{Klaas moet na 6 beurten nog 1 punt})$
 $= P(\underline{KKKKKLK}) = P(\underline{KKKKKL}) \cdot P(K) = \binom{6}{1} \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^5 \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{6} = 6 \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^6 \cdot \frac{4}{6} \approx 0,005$

D5b $P(\text{Leo wint in 7 beurten}) = P(\underline{LLLL}) + P(\underline{KLLLL}) = P(\underline{LLLL}) + P(\underline{KLLLL}) \cdot P(L) = \left(\frac{4}{6}\right)^4 + \binom{4}{1} \cdot \frac{2}{6} \cdot \left(\frac{4}{6}\right)^3 \cdot \frac{4}{6} \approx 0,461$

D6 K , het aantal klanten dat op dat moment de helpdesk belt, is binomiaal verdeeld met $n = 500$ en $p = \frac{5}{9 \cdot 60} = \frac{5}{540}$.
 $P(K > 6) = P(K \geq 7) = 1 - P(K \leq 6) = 1 - \text{binomcdf}(500, \frac{5}{540}, 6) \approx 0,185$

D7 B , het aantal bouten langer dan 7 mm, is binomiaal verdeeld met $n = 5$ en $p = \text{normalcdf}(7, 10^{99}, 8, 1, 3) \approx 0,7791$...
 $P(B = 5) = p^5 \approx 0,287$ (of $\text{binompdf}(5, p, 5) \approx 0,287$).

D8 De totale productietijd T is normaal verdeeld met:
 $\mu_T = 19,3 + 12,5 + 10,7 = 42,5$ (min.) en $\sigma_T = \sqrt{2,5^2 + 1,5^2 + 1,2^2} = \sqrt{9,94}$ (min.)
 $P(T > 45) = \text{normalcdf}(45, 10^{99}, 42,5, \sqrt{9,94}) \approx 0,214$. Dus in 21,4% van de gevallen.

D9a V , de dikte van de plank na schaven, is normaal verdeeld met:
 $\mu_V = 3,10 - 0,35 = 2,75$ (cm) en $\sigma_V = \sqrt{0,14^2 + 0,09^2} = \sqrt{0,0277}$ (cm).
 $P(V < 2,70) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 2,70, 2,75, \sqrt{0,0277}) \approx 0,382$. Dus 38,2%.

D9b $\mu_V = 3,10 - \mu_D$ (cm) en $\sigma_V = \sqrt{0,0277}$ (cm).
 $P(V < 2,70) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 2,70, 3,10 - \mu_D, \sqrt{0,0277}) = 0,02$ (intersect) $\Rightarrow \mu_D \approx 0,06$ (cm). Dus afstellen op een dikte van 0,06 cm (of minder).

D10a $P(A > 11600) = \text{normalcdf}(11600, 10^{99}, 720 \cdot 16, 14\sqrt{16}) \approx 0,077$.

D10b $P(\bar{B} < 710) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 710, 720, \frac{14}{\sqrt{16}}) \approx 0,002$. Dus 0,2%.

D10c $P(719 < \bar{B} < 721) = \text{normalcdf}(719, 721, 720, \frac{14}{\sqrt{n}}) = 0,999$ (intersect) $\Rightarrow n \approx 2122,2$.
 $P(719 < \bar{B} < 721) > 0,999$ (zie een plot/TABLE) $\Rightarrow n \geq 2123$ (of $n > 2122$).

D11a $P(X = 42 \vee X = 43) = P(41,5 \leq Y \leq 43,5) = \text{normalcdf}(41,5, 43,5, 42,5, 8,3) \approx 0,096$.

D11b $P(X \geq 50) = P(Y \geq 49,5) = \text{normalcdf}(49,5, 10^{99}, 42,5, 8,3) \approx 0,200$.

D12a $E(X) = 500 \Rightarrow np = 500$ ①
 $\sigma_X = 20 \Rightarrow \sqrt{np(1-p)} = 20$ ② ① in ② $\Rightarrow \sqrt{500(1-p)} = 20$ (kwadrateren)
 $500(1-p) = 400$
 $1-p = \frac{400}{500} = \frac{4}{5}$
 $1 - \frac{4}{5} = p = \frac{1}{5}$ in ① $\Rightarrow n \cdot \frac{1}{5} = 500 \Rightarrow n = 500 \cdot 5 = 2500$.

D12b $P(X \geq 525) = 1 - P(X \leq 524) = 1 - \text{binomcdf}(2500, \frac{1}{5}, 524) \approx 0,111$.

Gemengde opgaven 13. Mathematische statistiek

6	7	8	9	10	11	12
5	6	7	8	9	10	11
4	5	6	7	8	9	10
3	4	5	6	7	8	9
2	3	4	5	6	7	8
1	2	3	4	5	6	7
	+ 1	2	3	4	5	6

G1a \square A is het aantal keer 6 ogen bij het werpen met één dobbelsteen.
 $P(A > 2) = P(A \geq 3) = 1 - P(A \leq 2) = 1 - \text{binomcdf}(10, \frac{1}{6}, 2) \approx 0,225$.

```
1-binomcdf(10,1/6,2)
.2247732022
```

G1b \square B is het aantal keer meer dan 9 ogen bij het werpen met twee dobbelstenen.

$P(B \geq 4) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - \text{binomcdf}(12, \frac{6}{36}, 3) \approx 0,125$.

```
1-binomcdf(12,6/36,3)
.1251780927
```

G1c \square $p = P(\text{som} \leq 5) = P(\text{som} = 3) + P(\text{som} = 4) + P(\text{som} = 5)$

$$= P(111) + P(112) + P(113) + P(122) = P(111) + \binom{3}{2} \cdot P(112) + \binom{3}{2} \cdot P(113) + \binom{3}{1} \cdot P(122)$$

$$= \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{216} + \frac{3}{216} + \frac{3}{216} + \frac{3}{216} = \frac{10}{216}$$

C is het aantal keer hoogstens 5 ogen bij het werpen met drie dobbelstenen.

$P(C \leq 2) = \text{binomcdf}(20, \frac{10}{216}, 2) \approx 0,937$.

G1d \square D is het aantal keer 1 oog bij het werpen met één dobbelsteen.

$P(D \geq 3) = 1 - P(D \leq 2) = 1 - \text{binomcdf}(n, \frac{1}{6}, 2) > 0,95$ (TABLE) $\Rightarrow n \geq 36$ (of $n > 35$).

G2a \square A is het aantal keer 6 ogen bij het werpen met één dobbelsteen.

$P(\text{geen enkele keer } 6) = P(A = 0) = (\frac{5}{6})^{18} \approx 0,038$. (of $\text{binompdf}(18, \frac{1}{6}, 0)$)

```
(5/6)^18
.0375610368
binompdf(18,1/6,0)
.0375610368
```

G2b \square $P(\underline{111666aa\dots a}) = \binom{18}{3} \cdot \binom{15}{3} \cdot (\frac{1}{6})^3 \cdot (\frac{1}{6})^3 \cdot (\frac{4}{6})^{12} \approx 0,061$.

(a staat voor "iets anders dan een 1 of een 6")

```
18 nCr 3*15 nCr 3
371280
18!/(3!3!12!)
.0613336689
```

G2c \square $P(\underline{666} \underline{666} \underline{666} \dots \underline{6}) = \binom{16}{1} \cdot (\frac{1}{6})^3 \cdot (\frac{5}{6})^{15} \approx 0,005$.

(1 keer "drie 6 naast elkaar" en verder 15 keer "geen 6")

```
16 nCr 1*(1/6)^3
*(5/6)^15
.0048078127
```

G2d \square $P(\underline{1112223334445556666}) = \binom{18}{3} \cdot \binom{15}{3} \cdot \binom{12}{3} \cdot \binom{9}{3} \cdot \binom{6}{3} \cdot (\frac{1}{6})^{18} \approx 0,001$.

```
18 nCr 3*15 nCr 3*12 nCr 3*9 nCr 3*6 nCr 3*(1/6)^18
.0013511732
```

G3 \square \bar{X} , het gemiddelde gewicht van de koeken in een trommel, is normaal verdeeld met $\mu_{\bar{X}} = 33,2$ en $\sigma_{\bar{X}} = \frac{2,1}{\sqrt{n}}$ (gram).

$P(\bar{X} > 32,0) = \text{normalcdf}(32,0, 10^{99}, 33,2, \frac{2,1}{\sqrt{n}}) = 0,95 \Rightarrow n \approx 8,3$.

$P(\bar{X} > 32,0) \geq 0,95$ (zie een plot/TABLE) $\Rightarrow n \geq 9$ (of $n > 8$).

Hij doet minstens 9 (of meer dan 8) koeken in de blikken trommel

G4 \square D_{som} , de totale dikte van de 20 tabletten, is normaal verdeeld met:

$\mu_{D_{\text{som}}} = 0,81 \cdot 20 = 16,2$ (cm) en $\sigma_{D_{\text{som}}} = 0,05 \cdot \sqrt{20}$ (cm).

De tabletten passen niet in het buisje als $D_{\text{som}} > L \Rightarrow V = D_{\text{som}} - L > 0$.

V is normaal verdeeld met: $\mu_V = \mu_{D_{\text{som}}} - \mu_L = 16,2 - 17,50 = -1,3$ (cm)

en $\sigma_V = \sqrt{\sigma_{D_{\text{som}}}^2 + \sigma_L^2} = \sqrt{0,0025 \cdot 20 + 0,48^2} = \sqrt{0,2804}$ (cm).

$P(V > 0) = \text{normalcdf}(0, 10^{99}, -1,3, \sqrt{0,2804}) \approx 0,007$.

```
0,81*20
16.2
Ans-17.50
-1.3
(0,05*sqrt(20))^2+0,48^2
.2804
normalcdf(0,10^99,-1.3,sqrt(.2804))
.0070439186
```

G5a \square A = het aantal reizen dat niet wordt geannuleerd.

$P(A \leq 1250) = \text{binomcdf}(1350, 0,92, 1250) \approx 0,802$ (de gevraagde kans).

```
binomcdf(1350,0,92,1250)
.802063237
```

G5b \square $P(A > 1250) = P(A \geq 1251) = 1 - P(A \leq 1250) = 1 - \text{binomcdf}(n, 0,92, 1250) \leq 0,05$ (TABLE) $\Rightarrow n \leq 1341$.

Dus men zal maximaal 1341 reizen verkopen.

G6a \square $P(A < 82,5) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 82,5, 85, \sigma) = 0,08$ (intersect) $\Rightarrow \sigma \approx 1,78$ (gram).

G6b \square $P(\bar{A} < 84) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 84, 85, \frac{1,78}{\sqrt{10}}) \approx 0,038$.

```
normalcdf(-10^99,84,85,1.78/sqrt(10))
.037820242
```

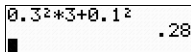
G6c \square C, het totale vulgewicht van een doos,

is normaal verdeeld met: $\mu_C = 85 \cdot 30$ (gram) en $\sigma_C = 1,78 \cdot \sqrt{30}$ (gram).

V, het verschil in vulgewicht tussen twee dozen, is normaal verdeeld met:

$\mu_V = \mu_C - \mu_C = 0$ (gram) en $\sigma_V = \sqrt{\sigma_C^2 + \sigma_C^2} = \sqrt{2 \cdot \sigma_C^2} = \sigma_C \cdot \sqrt{2} = 1,78 \cdot \sqrt{30} \cdot \sqrt{2}$ (gram).

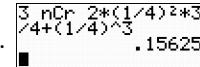
$P(\text{verschil minstens } 20) = P(V < -20 \vee V > 20) = 1 - \text{normalcdf}(-20, 20, 0, 1,78 \cdot \sqrt{30} \cdot \sqrt{2}) \approx 0,147$.

G7a \square $P(\text{tegoedbon}) = P(kk) + P(ll) + P(nn) + P(vv) = 0,3^2 + 0,3^2 + 0,3^2 + 0,1^2 = 0,28$. 

G7b \square $P(\text{tegoedbon}) = P(vv) + P(kk) + P(ll) + P(nn) = k^2 + 3 \cdot (\frac{1}{3} - \frac{1}{3}k)^2 = k^2 + 3 \cdot (\frac{1}{3} - \frac{1}{3}k) \cdot (\frac{1}{3} - \frac{1}{3}k)$
 $= k^2 + 3 \cdot (\frac{1}{9} - \frac{1}{9}k - \frac{1}{9}k + \frac{1}{9}k^2) = k^2 + \frac{1}{3} - \frac{2}{3}k + \frac{1}{3}k^2 = 1\frac{1}{3}k^2 - \frac{2}{3}k + \frac{1}{3}$

G7c \square $P(\text{tegoedbon}) = 1\frac{1}{3}k^2 - \frac{2}{3}k + \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{dP}{dk} = 2\frac{2}{3}k - \frac{2}{3}$
 $\frac{dP}{dk} = 0 \Rightarrow \frac{8}{3}k - \frac{2}{3} = 0 \ (\times 3) \Rightarrow 8k - 2 = 0 \Rightarrow 8k = 2 \Rightarrow k = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

Dus de kans op een tegoedbon is minimaal (volgt uit de vraagstelling of uit een schets) voor $k = \frac{1}{4}$.

G7d \square $P(\text{tegoedbon}) = P(\underline{vv}\underline{v}) + P(\underline{vv}v) = \binom{3}{2} \cdot (\frac{1}{4})^2 \cdot \frac{3}{4} + (\frac{1}{4})^3 \approx 0,156$. 

G8a \square Tom verwacht $20 \cdot \frac{1}{4} = 5$ juiste antwoorden $\Rightarrow 5 \cdot 1 = 5$ punten.

G8b \square De verwachtingswaarde van de score per vraag is $\frac{1}{4} \cdot 1 + \frac{3}{4} \cdot -0,5 = \frac{1}{4} - \frac{3}{8} = \frac{2}{8} - \frac{3}{8} = -\frac{1}{8}$ (punt).

G8c \square $\text{score} = 1 - (p_A^2 + (1 - p_B)^2 + p_C^2 + p_D^2) = 1 - (0,2^2 + 0,3^2 + 0^2 + 0,1^2) = 0,86$.

- G8d \square
- $p_A = 1, p_B = 0, p_C = 0$ en $p_D = 0$.
 - $p_A = 0, p_B = 1, p_C = 0$ en $p_D = 0$.
 - $p_A = 0, p_B = 0, p_C = 0$ en $p_D = 1$.

G8e \square *Mogelijkheid II*

Als het juiste antwoord er bij zit (met een kans van $\frac{2}{4}$) is de score $1 - ((\frac{1}{2})^2 + (\frac{1}{2})^2) = \frac{1}{2}$.

Als het juiste antwoord er niet bij zit (met kans van $\frac{2}{4}$) is de score $1 - ((\frac{1}{2})^2 + (\frac{1}{2})^2 + 1^2) = -\frac{1}{2}$.

De verwachte score is dus $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot -\frac{1}{2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 0$.

Mogelijkheid III

Als het juiste antwoord er bij zit (met kans van $\frac{3}{4}$) is de score $1 - ((\frac{1}{3})^2 + (\frac{1}{3})^2 + (\frac{2}{3})^2) = \frac{1}{3}$.

Als het juiste antwoord er niet bij zit (met kans van $\frac{1}{4}$) is de score $1 - ((\frac{1}{3})^2 + (\frac{1}{3})^2 + (\frac{1}{3})^2 + 1^2) = -\frac{1}{3}$.

De verwachte score is dus $\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot -\frac{1}{3} = \frac{3}{12} - \frac{1}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

Conclusie: *Mogelijkheid IV* met een verwachte score van 0,25 (gegeven) is de meest verstandige strategie.

G9a \square $P(\text{een stuk zeep weegt minder dan 90 gram}) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 90, 93, 1,4) \approx 0,016$.

$P(\text{alle drie stukken zeep wegen minder dan 90 gram}) = \text{Ans}^3 \approx 0,000$.

G9b \square $P(T < 460) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 460, 93 \cdot 5, 1,4\sqrt{5}) \approx 0,055$.

G9c \square $P(\text{een stuk zeep wijkt minder dan } 3\sigma \text{ van } \mu \text{ af}) = \text{normalcdf}(93 - 3 \cdot 1,4, 93 + 3 \cdot 1,4, 93, 1,4) \approx 0,997$.

$P(\text{machine opnieuw instellen}) = 1 - P(\text{alle 10 gewichten wijken minder dan } 3\sigma \text{ van } \mu \text{ af}) = 1 - \text{Ans}^{10} \approx 0,027$.

G9d \square $P(\text{een stuk zeep wijkt meer dan } 2\sigma \text{ van } \mu \text{ af}) = 1 - \text{normalcdf}(93 - 2 \cdot 1,4, 93 + 2 \cdot 1,4, 93, 1,4) \approx 0,0455$
 (of volgens de tweede vuistregel een kans van $100\% - 95\% = 5\%$)

$P(\text{machine opnieuw instellen}) = 0,0455^2 + 0,9545 \cdot 0,0455^2 \approx 0,004$.

(of met gebruik van de tweede vuistregel $0,05^2 + 0,95 \cdot 0,05^2 \approx 0,005$)

G10a \square $X =$ de levensduur in uur van de linker koplamp.

$P(X < 2100) = \text{normalcdf}(-10^{99}, 2100, 2500, 450) \approx 0,187\dots$

$P(\text{beide koplampen binnen 2100 branduren stuk}) = \text{Ans}^2 \approx 0,035$.

G10b \square $Y =$ de levensduur in uur van de rechter koplamp.

$V = X - Y$ is normaal verdeeld met $\mu_V = \mu_X - \mu_Y = 2500 - 2500 = 0$ (branduren)

en $\sigma_V = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2} = \sqrt{2 \cdot \sigma_X^2} = \sigma_X \cdot \sqrt{2} = 450\sqrt{2}$ (branduren).

$P(\text{verschil kleiner dan 20 branduren}) = P(-20 < V < 20) = \text{normalcdf}(-20, 20, 0, 450\sqrt{2}) \approx 0,025$.