

- 1a Gemiddelde startgeld $\bar{x} = \frac{1 \cdot 100000 + 4 \cdot 4000 + 5 \cdot 3000}{10} = 13100$ dollar.
- 1b Het gemiddelde wordt sterk bepaald door de uitschieter van 100000 dollar (die de olympische kampioen krijgt).

*** **Neem GR-practicum 9 door.** (zie aan het eind van de uitwerkingen)

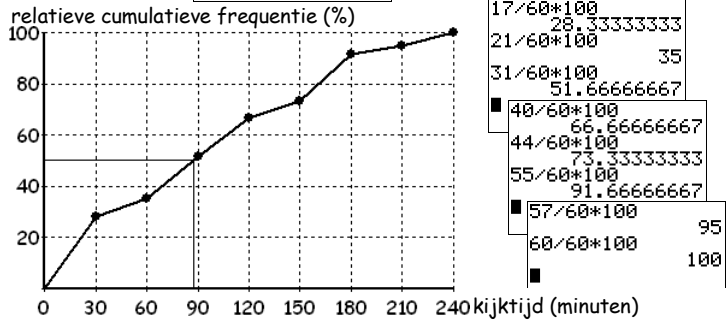
- 2a Voer de lijsten in op de GR (in L1 de aantallen auto's en in L2 de frequenties).
1-Var Stats L1, L2 (niet met ALPHA) geeft $\bar{x} = \frac{339}{52} \approx 6,5$.

- 2b De modus is 8 en de mediaan is 7.
2c Totaal aantal auto's is $\sum x = 3 \cdot 6 + 4 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 6 \cdot 9 + 7 \cdot 9 + 8 \cdot 17 + 9 \cdot 4 = 339$.

- 3a Maak lijsten op de GR. (in L1 de klassenmiddens en in L2 de frequenties)
1-Var Stats L1, L2 geeft $\bar{x} = 92,5$ minuten.

- 3b De mediaan 75 ligt in de klasse 60- < 90.
3c Zie de rel. cum. frequentiepolygoon hiernaast.
(de rel. cum. frequenties aan de rechter klassegrenzen)

kijktijd	freq.	cum. freq.	rel. cum. freq. (%)
0- < 30	17	17	$17/60 \times 100 \approx 28,3$
30- < 60	4	21	$21/60 \times 100 = 35$
60- < 90	10	31	$31/60 \times 100 \approx 51,7$
90- < 120	9	40	$40/60 \times 100 \approx 66,7$
120- < 150	4	44	$44/60 \times 100 \approx 73,3$
150- < 180	11	55	$55/60 \times 100 \approx 91,7$
180- < 210	2	57	$57/60 \times 100 = 95$
210- < 240	3	60	$60/60 \times 100 = 100$



- 3d Kijk bij 50% (de middelste waarneming). Je krijgt mediaan ≈ 87 minuten.

- 4a $\frac{20 \cdot 6,6 + x \cdot 8,1}{20 + x} = 7,5$ (intersect of)
 $20 \cdot 6,6 + x \cdot 8,1 = 7,5 \cdot (20 + x)$
 $132 + 8,1x = 150 + 7,5x$
 $0,6x = 18$
 $x = \frac{18}{0,6} = \frac{180}{6} = 30$ (leerlingen in 5vB).

- 4b y jongens (in 5vA) $\Rightarrow 20 - y$ meisjes (in 5vA).

- 4c $y \cdot 6,4 + (20 - y) \cdot 6,9 = 6,6$ (intersect of)
 $6,4y + 138 - 6,9y = 132$
 $-0,5y = -6$
 $y = \frac{-6}{-0,5} = \frac{12}{1} = 12$ (jongens in 5vA).

- 5 x op 5 havo $\Rightarrow 164 - x$ op 5 vwo.
 $\frac{x \cdot 16,8 + (164 - x) \cdot 16,4}{164} = 16,5$ (intersect of)
 $16,8x + 2689,6 - 16,4x = 2706$
 $0,4x = 16,4$
 $x = \frac{16,4}{0,4} = 41$ (leerlingen in 5 havo).

- 6a Er zijn $9 + 8 = 17$ huishoudens met 1 persoon;
 $4 + 11 + 2 = 17$ huishoudens met 2 personen enz.
 Maak lijsten op de GR. (in L1 de gezinsgrootte en in L2 de frequenties)
 1-Var Stats L1, L2 $\Rightarrow \bar{x} \approx 2,4$ personen per huishouden.
 Er is geen modus (geen gezinsgrootte in de meerderheid) en de mediaan is 2.

- 6b Er zijn $8 + 11 + 5 + 3 + 2 \cdot (2 + 3 + 7 + 1) + 3 \cdot (1 + 1) = 59$ mannen en
 $9 + 11 + 3 + 1 + 2 \cdot (4 + 5 + 7) + 3 \cdot (2 + 3 + 1 + 1) = 77$ vrouwen.
 De gemiddelde leeftijd is $\frac{59 \cdot 26 + 77 \cdot 18,2}{59 + 77} \approx 21,6$ jaar.

- 6c Stel de leeftijden van de nieuwkomers x en $x + 5$ jaar.
 $59 \cdot 26 + x + x + 5 = 61 \cdot 27$ (intersect of)
 $1539 + 2x = 1647$
 $2x = 108$
 $x = 54$. De mannen zijn 54 en 59 jaar.

- 6d Er vertrekken 10 huishoudens van 1 persoon.
Dit geeft als grootste gemiddelde $\frac{1 \cdot 7 + 2 \cdot 17 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 11 + 5 \cdot 1 + 6 \cdot 1}{7 + 17 + 10 + 11 + 1 + 1} \approx 2,7$ personen per huishouden.
Er vertrekken 1 huishouden van 6 personen, 1 van 5 personen en 8 van 4 personen vertrekken.
Dit geeft als kleinste gemiddelde $\frac{1 \cdot 17 + 2 \cdot 17 + 3 \cdot 10 + 4 \cdot 3}{17 + 17 + 10 + 3} \approx 2,0$ personen per huishouden.

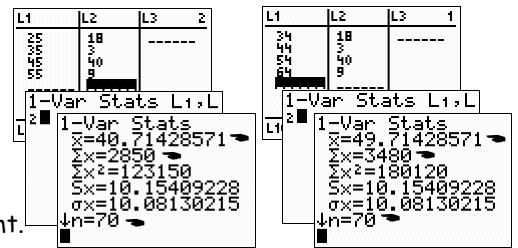
$$\frac{(7+34+30+44+5+6)}{7+17+10+11+1+1} = 2.680851064$$

$$\frac{(17+34+30+12)}{7+17+10+3} = 1.978723404$$

- 7a Opleidingsniveau en vakantiebestemming zijn kwalitatief; lichaamsgewicht en gezinsgrootte zijn kwantitatief.
7b Alleen de modus: datgene wat het vaakst voorkomt.
8a De mediaan. Er is geen modus en het gemiddelde is niet geschikt vanwege de uitschieter 68.
8b De modus (de andere centrummaten bestaan niet eens).
8c De modus of de mediaan. (de meting 53 is waarschijnlijk fout)
8d Het gemiddelde.

- 9a Met de ondergrenzen $\bar{x} = \frac{18 \cdot 25 + 3 \cdot 35 + 40 \cdot 45 + 9 \cdot 55}{18 + 3 + 40 + 9} = \frac{2850}{70} \approx 40,7$.
Met de bovengrenzen $\bar{x} = \frac{18 \cdot 34 + 3 \cdot 44 + 40 \cdot 54 + 9 \cdot 64}{18 + 3 + 40 + 9} = \frac{3480}{70} \approx 49,7$.

- 9b De mediaan ligt in de klasse 45 – 54. (35^e en 36^e waarneming in deze klasse)
9c De frequentie van de leeftijd 36 kan hoogstens 3 zijn.
In de klasse 45-54 is minstens één leeftijd die minimaal 4 keer voorkomt.

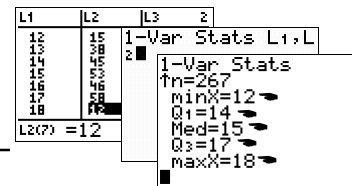


- 10a Van de klassen 155- < 160, 160- < 165, 165- < 170, ... 185- < 190.
10b Dus 24% van de volwassen vrouwen is korter dan 170 cm. Hun aantal is $0,24 \cdot 250 = 60$.
10c De relatieve cumulatieve frequentie van 180 cm is 86% (aflezen in de grafiek). Dus $0,86 \cdot 250 = 215$ vrouwen.
10d Bij de mediaan hoort bij de relatieve cumulatieve frequentie 50%, dus de mediaan is 175 cm. (aflezen in de grafiek)

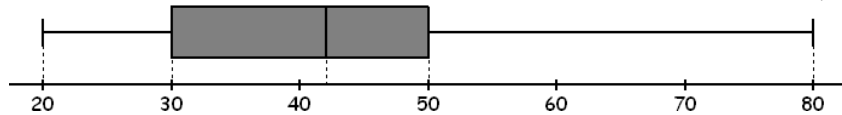
$$0,24 \cdot 250 = 60$$

$$0,86 \cdot 250 = 215$$

- 11 Maak lijsten op de GR. (in L1 de waarnemingsgetallen en in L2 de frequenties)
1-Var Stats L1, L2 \Rightarrow boxplot hieronder. (maak een juiste schaalverdeling)



- 12a In de figuur aflezen: $Q_0 = 20$, $Q_1 = 30$, $Q_2 = \text{Med} = 42$, $Q_3 = 50$ en $Q_4 = 80$. (maak nu de boxplot hieronder)

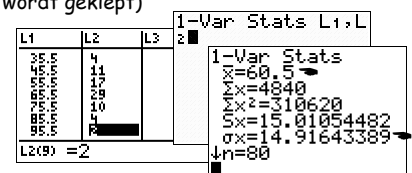


- 12b Het zesde deciel aflezen bij 60% \Rightarrow een leeftijd van (ongeveer) 46 jaar.
12c Het 38^e percentiel aflezen bij 38% \Rightarrow een leeftijd van (ongeveer) 38 jaar.

- 13a Reisorganisatie A. 13b Reisorganisatie C. 13c Bewering 1 en bewering 4.
14a De mediaan is telkens 60. 14b Nee, er zijn toch nog duidelijke verschillen in de boxplots.
14c De middelste 50% bij B zit dicht bij de mediaan dan de middelste 50% bij C.
14d Bij A het kleinst en bij C het grootst.

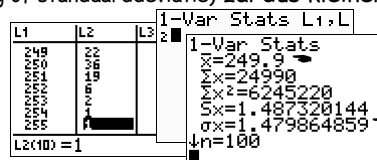
- 15 De volgorde is V5a, V5d, V5b, V5c. (denk aan een hoeveelheid zand die op een hoop wordt gekiept)

- 16 Maak lijsten op de GR. (in L1 de klassenmiddens en in L2 de frequenties)
1-Var Stats L1, L2 $\Rightarrow \bar{x} = 60,5$ en $\sigma \approx 14,9$.



- 17a Deze schatting is te hoog.
Het gemiddelde zal ongeveer 250 gram zijn en de meeste waarnemingsgetallen liggen tussen 248 en 252 gram.
De gemiddelde afwijking van het gemiddelde (standaardafwijking of standaarddeviatie) zal dus kleiner zijn dan 2.

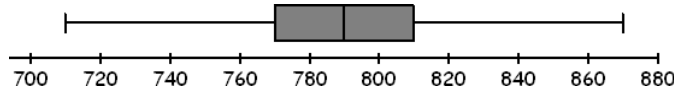
- 17b Maak lijsten op de GR. (in L1 de gewichten en in L2 de frequenties)
1-Var Stats L1, L2 $\Rightarrow \bar{x} = 249,9$ (gram) en $\sigma \approx 1,5$ (gram).



17c $\bar{x} - \sigma \approx 249,9 - 1,5 = 248,4$ (gram) en $\bar{x} + \sigma \approx 249,9 + 1,5 = 251,4$ (gram).
Tussen deze grenzen liggen de pakken met een gewicht van 249, 250 en 251 (gram). Dus $22 + 36 + 19 = 77$ pakken.

18a Het meest waarschijnlijk is 8 cm. 18b Het meest waarschijnlijk is 1,8.

19a Maak lijsten op de GR. (in L1 de klassenmiddens en in L2 de frequenties)
1-Var Stats L1, L2 \Rightarrow boxplot hieronder.



L1	L2	1-Var Stats L1,L2	1-Var Stats
750	13	$\bar{x}=783,1428571$	$n=175$
770	35	$\bar{y}=137050$	$\text{minX}=710$
790	41	$\bar{z}=107544700$	$Q1=770$
810	38	$Sx=35,14922446$	$\text{Med}=790$
830	15	$Sy=35,04865423$	$Q3=810$
850	3	$n=175$	$\text{maxX}=870$
870	3		
L2(*)=3			

19b De GR geeft ook het gemiddelde $\bar{x} \approx 783$ (uur) en de standaardafwijking $\sigma \approx 35$ (uur).

19c Een afwijking van meer dan één standaardafwijking van het gemiddelde betekent een aantal branduren kleiner dan $783 - 35 = 748$ (uur) of groter dan $783 + 35 = 818$ (uur).

Hieraan voldoen $10 + 14 + \frac{8}{20} \cdot 16 + \frac{2}{20} \cdot 38 + 15 + 3 + 3 \approx 55$, dus $\frac{55}{175} \cdot 100\% \approx 31\%$.

$783-35$	748	$55/175*100$	$31,42857143$
$783+35$	818	$0,92*783$	720,36
$10+14+8/20*16+2/20*38+15+3+3$	55,2	$0,92*35$	32,2

19d Gemiddelde = $0,92 \cdot 783 \approx 720$ (uur) en standaardafwijking = $0,92 \cdot 35 \approx 32$ (uur).

20a Er is uitgegaan van de klassen: $155- < 160$; $160- < 165$; $165- < 170$; ... $185- < 190$.

20b De onderzochte groep bestaat uit 1000 personen.

20c $\bar{x} = 172,3$ (cm) en $\sigma \approx 5,7$ (cm).

20de 680 is 68% van 1000 en 950 is 95% van 1000.

L1	L2	1-Var Stats L1,L2
157,5	15	$\bar{x}=172,3$
162,5	80	$\bar{y}=172300$
167,5	235	$\bar{z}=29720000$
172,5	370	$Sx=5,722127466$
177,5	210	$Sy=5,719265687$
182,5	80	$n=1000$
187,5	10	
L2(*)=10		

21a Er is uitgegaan van $155- < 156$; $156- < 157$; $157- < 158$; ...; $189- < 190 \Rightarrow$ klassenbreedte 1.

21b De frequentie van klasse $172- < 173$ is ongeveer 375. (zie de hoogste staaf)

21c Nee bij de figuur van opgave 21 is de groep veel groter.

(tussen 170 cm en 175 cm alleen al zitten meer dan $5 \times 300 = 1500$ mannen en in opgave 20 ging het om totaal 1000 mannen)

22aceh Geen normale verdelingen.

22bdfg Normale verdelingen.

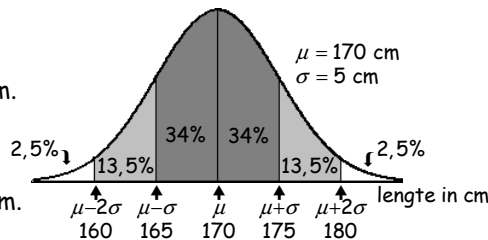
23a Zie de figuur hiernaast.

23b $68\% + 13,5\% = 81,5\%$ tussen 165 en 180 cm.

23c 2,5% minder dan 160 cm.

23d $13,5\% + 2,5\% = 16\%$ meer dan 175 cm.

23e $34\% + 13,5\% = 47,5\%$ tussen 160 en 170 cm.

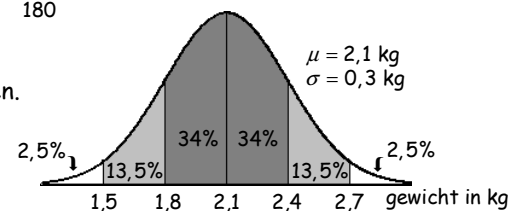


24a 2,5% zwaarder dan 2,7 kg.

24b $13,5\% + 68\% = 81,5\%$ tussen 1,5 en 2,4 kg $\Rightarrow 0,815 \cdot 200 = 163$ konijnen.

24c $2,5\% + 13,5\% = 16\%$ lichter dan 1,8 kg $\Rightarrow 0,16 \cdot 200 = 32$ konijnen.

24d $\frac{5}{200} \times 100\% = 2,5\% \Rightarrow$ ze hebben een gewicht van meer dan 2,7 kg.

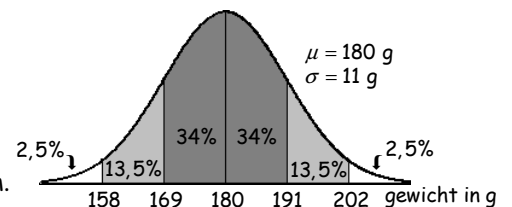


25a $13,5\% + 68\% = 81,5\%$ tussen 158 en 191 gram.
Dus $0,815 \cdot 5000 = 4075$ goudrenetten.

$0,815*5000$	4075
$0,84*5000$	4200
$125/5000*100$	2,5

25b $2,5\% + 13,5\% + 68\% = 84\%$ lichter dan 191 gram.
Dus $0,84 \cdot 5000 = 4200$ goudrenetten.

25c $\frac{125}{5000} \times 100\% = 2,5\% \Rightarrow$ ze hebben een gewicht van meer dan 202 gram.



26 \square Om in een van de buitenste bakjes terecht te komen moet een knikker

óf STEEDS naar links óf STEEDS naar rechts vallen. De kans daarop is erg klein.

De meeste knikkers vallen nu eens naar links en dan weer naar rechts en komen zo in de middelste bakjes terecht.

27a Met stijgende leeftijd neemt iemands reactietijd toe (met het ouder worden neemt het reactievermogen af).

Bij de 18-jarigen hoort kromme A (kleinste gemiddelde), bij de 60-jarigen hoort kromme C (grootste gemiddelde).

27b Bij kromme C hoort de grootste standaardafwijking, dus bij de 60-jarigen is de genoemde kans het grootst.

- 28a Lees af bij 50%. Je krijgt $\mu \approx 7,9$.
28b Bij $\mu + \sigma$ hoort $50\% + 34\% = 84\%$. Aflezen geeft $\mu + \sigma \approx 8,9$.

28c $(\mu + \sigma) - \mu = \sigma \Rightarrow \sigma = 8,9 - 7,9 = 1,0$.

29 Normaal-waarschijnlijkheidspapier is gebaseerd op de theoretische normale verdeling waarbij de cumulatieve normaalkromme een asymptoot heeft op hoogte 100. De relatieve cumulatieve frequentie 100 komt dus niet voor.

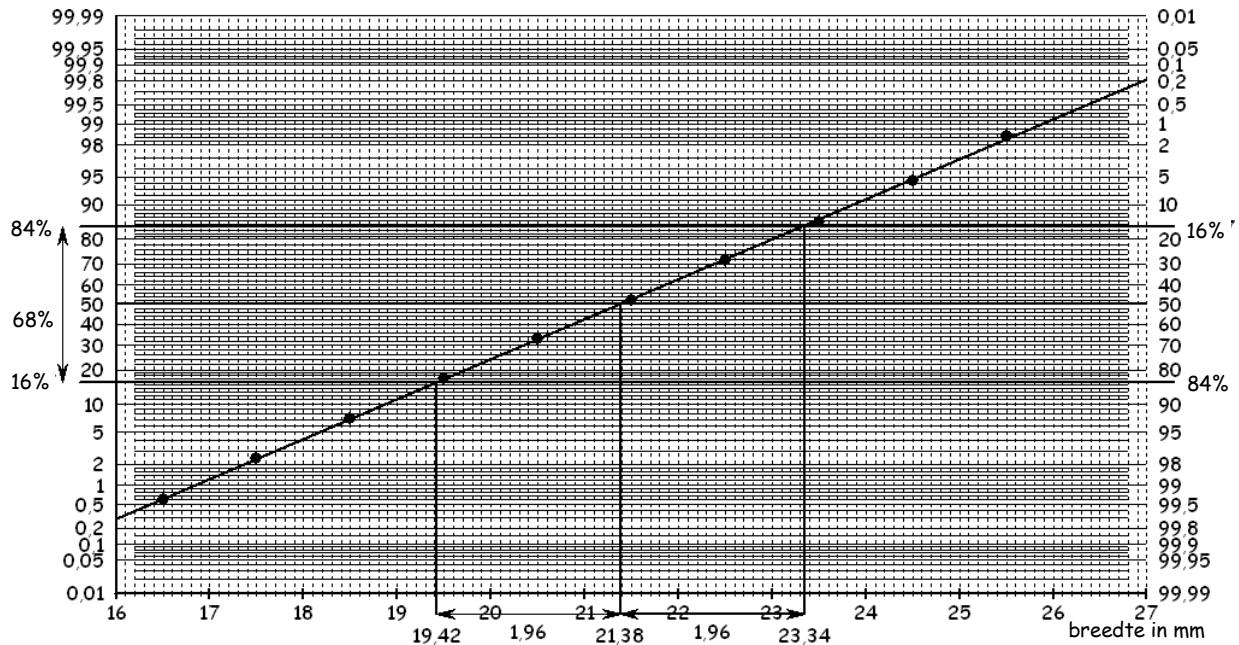
- 30a Maak eerst de tabel hiernaast.
Zet de procenten uit boven de rechtergrens van de klassen.
De punten liggen op een rechte lijn \Rightarrow een normale verdeling.
Zie het normaal-waarschijnlijkheidspapier onder opgave 31d.

30b $\mu \approx 21,38$ (mm) en $\mu + \sigma \approx 23,34$ (mm) $\Rightarrow \sigma \approx 1,96$ (mm).

- 31a Evenwijdig betekent dezelfde standaardafwijking.
31b Soort A heeft een kleinere standaardafwijking dan soort C.
31c Bij soort C en soort D is 80% van de bladeren korter dan 45 mm.
31d De lijnen bij soort B en D snijden elkaar op een hoogte van 50%.

klasse	freq.	cum. freq.	rel. cum. freq. (%)
15,5- < 16,5	2	2	$2/337 \times 100 \approx 0,6$
16,5- < 17,5	6	8	$8/337 \times 100 \approx 2,4$
17,5- < 18,5	16	24	$24/337 \times 100 \approx 7,1$
18,5- < 19,5	33	57	$57/337 \times 100 \approx 16,9$
19,5- < 20,5	53	110	$110/337 \times 100 \approx 32,6$
20,5- < 21,5	66	176	$176/337 \times 100 \approx 52,2$
21,5- < 22,5	64	240	$240/337 \times 100 \approx 71,2$
22,5- < 23,5	49	289	$289/337 \times 100 \approx 85,8$
23,5- < 24,5	29	318	$318/337 \times 100 \approx 94,4$
24,5- < 25,5	14	332	$332/337 \times 100 \approx 98,5$
25,5- < 26,5	5	337	$337/337 \times 100 = 100$

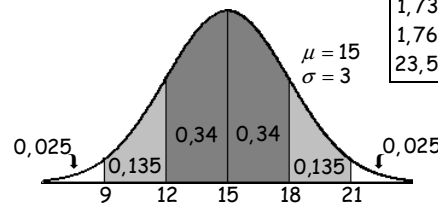
hoort bij 30a



- 32a Maak eerst de tabel hiernaast.
Zet de procenten uit boven de rechtergrens van de klassen.
De punten liggen op een rechte lijn \Rightarrow een normale verdeling.
Zie het normaal-waarschijnlijkheidspapier onder opgave 34.

32b $\mu \approx 1,693$ (mm) en $\mu + \sigma \approx 1,734$ (mm) $\Rightarrow \sigma \approx 0,041$ (mm).
32c $\mu = 1,68$ (mm); $\mu - 2\sigma = 1,65$ (mm) $\Rightarrow 2\sigma = 0,03 \Rightarrow \sigma = 0,015$ (mm).

- 33a opp. = $0,135 + 0,025 = 0,16$.
33b a opp. = $0,135$.
b opp. = $1 - 0,025 = 0,975$.
c opp. = $0,025 + 0,025 = 0,05$.
d opp. = $0,5 + 0,34 = 0,84$.



klasse	freq.	cum. freq.	rel. cum. freq. (%)
1,55- < 1,58	2	2	$2/400 \times 100 = 0,5$
1,58- < 1,61	8	10	$10/400 \times 100 = 2,5$
1,61- < 1,64	22	32	$32/400 \times 100 = 8$
1,64- < 1,67	72	104	$104/400 \times 100 = 26$
1,67- < 1,70	116	220	$220/400 \times 100 = 55$
1,70- < 1,73	108	328	$328/400 \times 100 = 82$
1,73- < 1,76	52	380	$380/400 \times 100 = 95$
1,76- < 1,79	18	398	$398/400 \times 100 = 99,5$
23,5- < 1,82	2	400	$400/400 \times 100 = 100$

*** **Neem GR-practicum 10a door.**

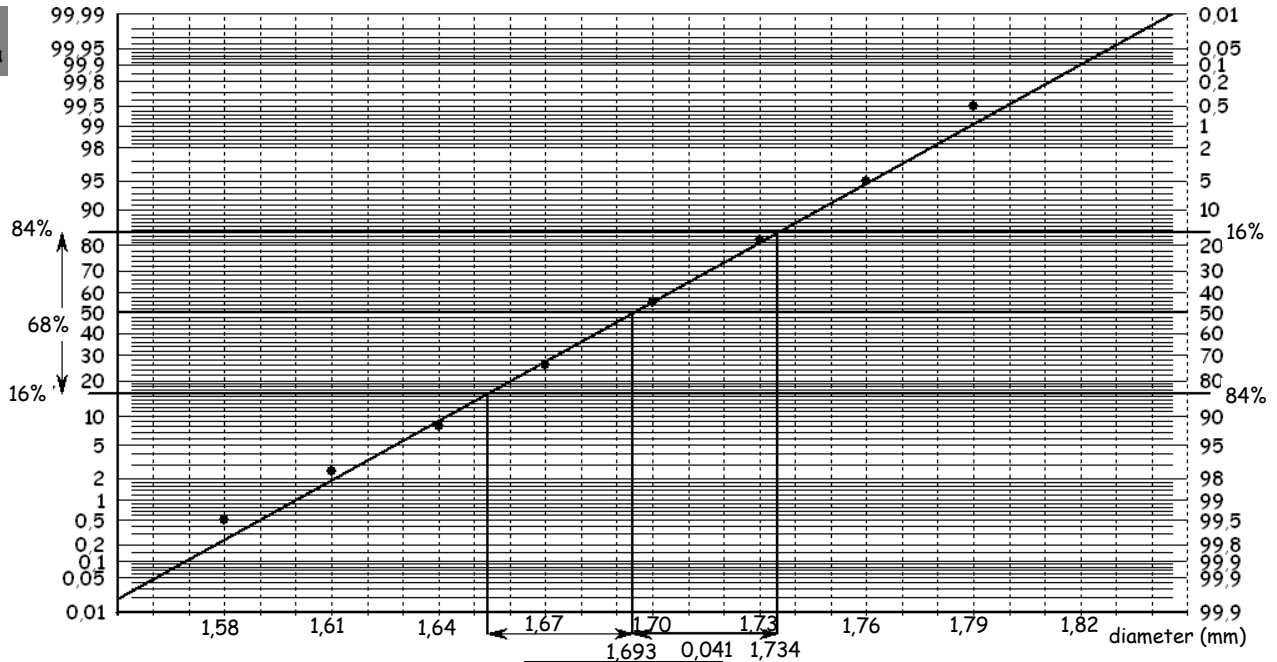
- 34 a opp. = $\text{normalcdf}(-10^{99}, 5, 3, 5, 1, 1) \approx 0,914$.
b opp. = $\text{normalcdf}(700, 10^{99}, 850, 120) \approx 0,894$.
c opp. = $\text{normalcdf}(-10^{99}, 16, 17, 1, 1, 8) \approx 0,271$.
d opp. = $\text{normalcdf}(1000, 1100, 1080, 60) \approx 0,539$.

```

DRAW
1:normalcdf(-10^99,5,3,5,1,1)
2:normalcdf(700,10^99,850,120)
3:invNorm(.913658921,2705629552)
4:invT(normalcdf(700,10^99,850,120))
5:tPdf(1000,1080,60)
6:tcdf(1000,1100,1080,60)
7:χ²Pdf(

```

hoort
bij 32a



35a opp. = $\text{normalcdf}(-10^{99}, 480, 520, 18) \approx 0,013$.

```
normalcdf(-10^99,
480,520,18)
.0131341011
normalcdf(510,10^99,
520,18)
.710742674
```

35b opp. = $\text{normalcdf}(510, 10^{99}, 520, 18) \approx 0,711$.

36a opp. = $\text{normalcdf}(-10^{99}, 5.1, 5.8, 0.4) \approx 0,040$. Dus 4,0%.

```
normalcdf(-10^99,
5.1,5.8,0.4)
.0400591135
Ans*100
4.005911353
```

36b opp. = $\text{normalcdf}(5.25, 10^{99}, 5.8, 0.4) \approx 0,915$. Dus 91,5%.

```
normalcdf(5,25,10^99,
5.8,0.4)
.9154342212
Ans*100
91.54342212
```

36c opp. = $\text{normalcdf}(6.1, 6.4, 5.8, 0.4) \approx 0,160$. Dus 16,0%.

```
normalcdf(6.1,6.4,
5.8,0.4)
.1598200507
Ans*100
15.98200507
```

37 Deze oppervlakte links van a is $1 - 0,65 = 0,35$.

*** **Neem GR-practicum 10b door.**

38 a opp. links van a is $0,3 \Rightarrow a = \text{invNorm}(0.3, 16, 2) \approx 15,0$.

```
DISTR DRAW
1:normalPdf( invNorm(0.3,16,2)
2:normalcdf(
3:invNorm(
4:tdf(
5:tdf(
14.95119898
invNorm(0.3,50,8)
45.80479592
```

b opp. rechts van a is $0,7 \Rightarrow$ opp. links van a is $0,3 \Rightarrow a = \text{invNorm}(0.3, 50, 8) \approx 45,8$.

```
invNorm(0.86,600,70)
675.6223538
invNorm(0.92,0.8,0.2)
1.081014312
```

c opp. links van a is $0,86 \Rightarrow a = \text{invNorm}(0.86, 600, 70) \approx 676$.

d opp. rechts van a is $0,08 \Rightarrow$ opp. links van a is $0,92 \Rightarrow a = \text{invNorm}(0.92, 0.8, 0.2) \approx 1,08$.

39a De oppervlakte van het gebied links van b is $\frac{2}{3}$.

39b opp. links van a is $\frac{1}{3} \Rightarrow a = \text{invNorm}(\frac{1}{3}, 40, 5) \approx 37,8$ en $b = \text{invNorm}(\frac{2}{3}, 40, 5) \approx 42,2$.

```
invNorm(1/3,40,5)
37.84636348
invNorm(2/3,40,5)
42.15363652
```

40 $a = \text{invNorm}(\frac{1}{5}, 1000, 50) \approx 958$.

```
invNorm(1/5,1000,50)
957.9189383
invNorm(2/5,1000,50)
987.3326449
```

$c = \text{invNorm}(\frac{3}{5}, 1000, 50) \approx 1013$.

```
invNorm(3/5,1000,50)
1012.667355
invNorm(4/5,1000,50)
1042.081062
```

$b = \text{invNorm}(\frac{2}{5}, 1000, 50) \approx 987$.

$d = \text{invNorm}(\frac{4}{5}, 1000, 50) \approx 1042$.

41 a opp. links van a is $\frac{1-0,5}{2} = 0,25 \Rightarrow a = \text{invNorm}(0.25, 18, 2) \approx 16,7$.

```
invNorm(0.25,18,2)
16.6510205
invNorm(0.75,18,2)
19.3489795
```

opp. links van b is $1 - 0,25 = 0,75 \Rightarrow b = \text{invNorm}(0.75, 18, 2) \approx 19,3$.

b opp. links van a is $\frac{1-0,82}{2} = 0,09 \Rightarrow a = \text{invNorm}(0.09, 150, 12) \approx 133,9$.

```
invNorm(0.09,150,12)
133.9109396
invNorm(0.91,150,12)
166.0890604
```

opp. links van b is $1 - 0,09 = 0,91 \Rightarrow b = \text{invNorm}(0.91, 150, 12) \approx 166,1$.

c opp. links van a is $\frac{0,12}{2} = 0,06 \Rightarrow a = \text{invNorm}(0.06, 58, 6) \approx 48,7$.

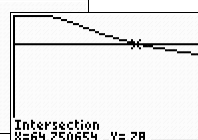
```
invNorm(0.06,58,6)
48.67135844
invNorm(0.94,58,6)
67.32864156
```

opp. links van b is $1 - 0,06 = 0,94 \Rightarrow b = \text{invNorm}(0.94, 58, 6) \approx 67,3$.

42a $\text{normalcdf}(-10^{99}, 450, 400, \sigma) = 0,78$.

42b Een eerste schatting is $\sigma = 70 \Rightarrow X_{\min} = 0$ en $X_{\max} = 100$. (WINDOW is achteraf altijd nog bij te stellen)

```
Plot1 Plot2 Plot3 WINDOW
V1:normalcdf(-1 Xmin=0
0^99,450,400,X) Xmax=100
V2:0.78 Xscl=0
V3: Vmin=0
V4: Vmax=1
V5: Vxcl=0
V6: Xres=1
```

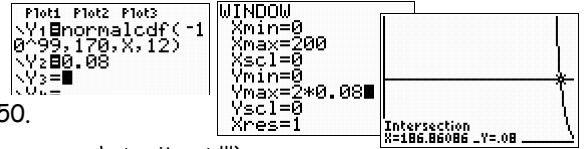


42c Intersect geeft $\sigma \approx 64,8$.

43a $\text{normalcdf}(-10^{99}, 170, \mu, 12) = 0,08$.

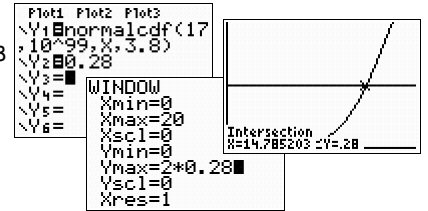
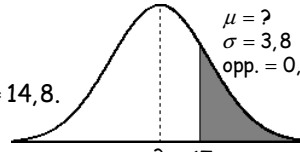
43b Een eerste schatting is $\mu = 170 + 2 \cdot 12 \Rightarrow X_{\min} = 0$ en $X_{\max} = 250$.

43c Intersect geeft $\mu \approx 187$. (bij ERROR opnieuw en bij Guess? met de cursor naar het snijpunt !!!)

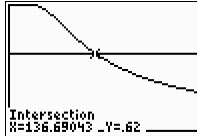
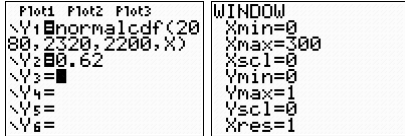


44 Zie een schets hiernaast.

$\text{normalcdf}(17, 10^{99}, \mu, 3,8) = 0,28$ (intersect) $\Rightarrow \mu \approx 14,8$.

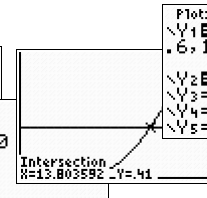
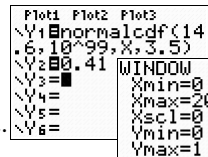


45 $\text{normalcdf}(2080, 2320, 2200, \sigma) = 0,62$ (intersect) $\Rightarrow \sigma \approx 140$.

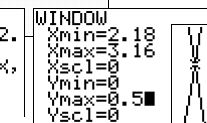
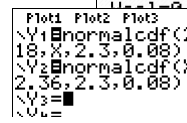


46a $\text{normalcdf}(14,6, 10^{99}, \mu, 3,5) = 0,41$ (intersect) $\Rightarrow \mu \approx 13,8$.

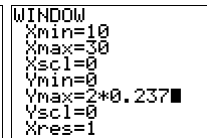
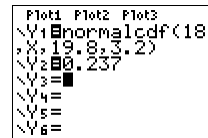
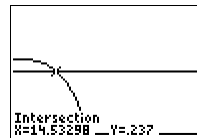
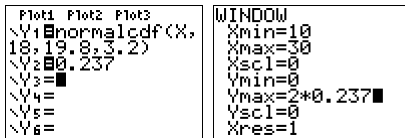
46b $\text{normalcdf}(14,6, 10^{99}, 12,3, \sigma) = 0,41$ (intersect) $\Rightarrow \sigma \approx 10,1$.



47 $\text{normalcdf}(2,18, a, 2,3, 0,08) = \text{normalcdf}(a, 2,36, 2,3, 0,08)$.
Intersect geeft $a \approx 2,284$.

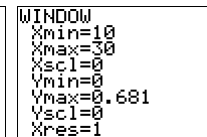
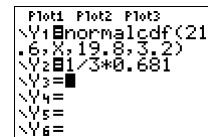
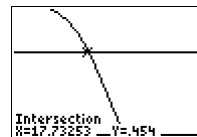
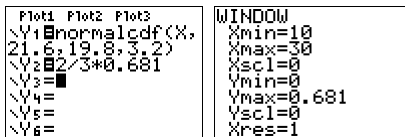


48a Er zijn twee mogelijkheden: **a** links (I) of rechts (II) van 18.
(I) $\text{normalcdf}(a, 18, 19,8, 3,2) = 0,237$ (intersect) $\Rightarrow a \approx 14,53$.
(II) $\text{normalcdf}(18, a, 19,8, 3,2) = 0,237$ (intersect) $\Rightarrow a \approx 19,99$.



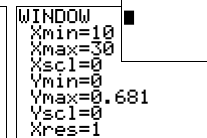
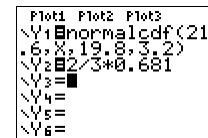
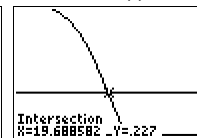
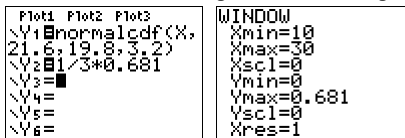
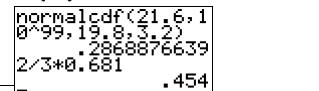
48b Er zijn twee mogelijkheden: het grootste deel links van 21,6 (I) of het grootste deel rechts van 21,6 (II).

(I) $\text{normalcdf}(b, 21,6, 19,8, 3,2) = \frac{2}{3} \cdot 0,681$ (intersect) $\Rightarrow b \approx 17,73$ en
 $\text{normalcdf}(21,6, c, 19,8, 3,2) = \frac{1}{3} \cdot 0,681$ (intersect) $\Rightarrow c \approx 24,78$.

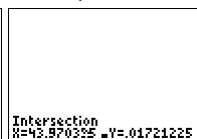
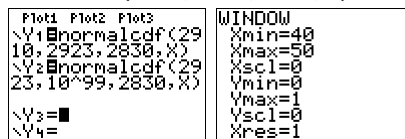


(II) $\text{normalcdf}(b, 21,6, 19,8, 3,2) = \frac{1}{3} \cdot 0,681$ (intersect) $\Rightarrow b \approx 19,69$ en
 $\text{normalcdf}(21,6, c, 19,8, 3,2) = \frac{2}{3} \cdot 0,681$ (intersect) \Rightarrow geen oplossing dus mogelijkheid (II) vervalt.

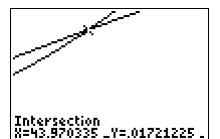
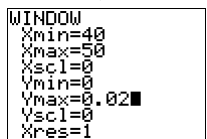
Dit komt omdat $\text{normalcdf}(21,6, 10^{99}, 19,8, 3,2) \approx 0,287 < \frac{2}{3} \cdot 0,681$.
(dus rechts van 21,6 ligt niet meer een gebied met een oppervlakte van tweederde deel van 0,681)



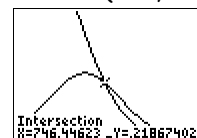
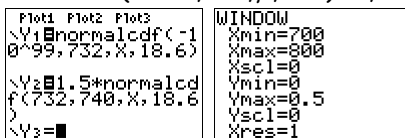
49 De mediaan is de middelste waarneming \Rightarrow de oppervlakte tot aan de mediaan = de oppervlakte achter de mediaan.
 $\text{normalcdf}(2910, 2923, 2830, \sigma) = \text{normalcdf}(2923, 10^{99}, 2830, \sigma)$ (intersect) $\Rightarrow \sigma \approx 43,97$.

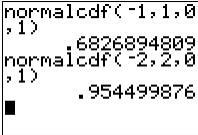

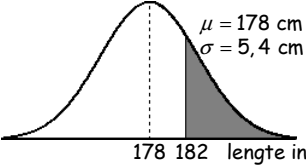
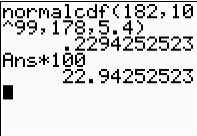
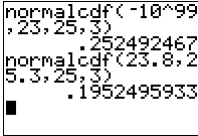
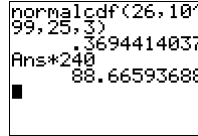
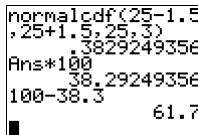

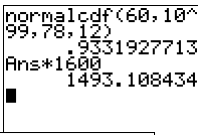
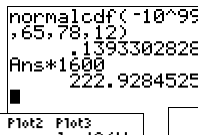
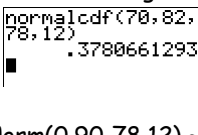
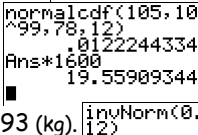
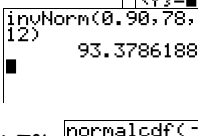
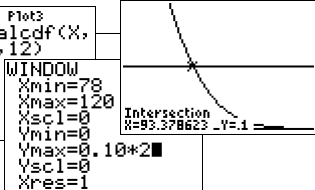
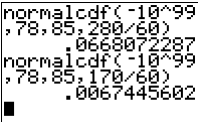
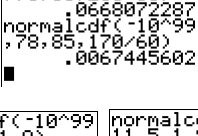
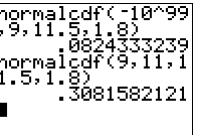
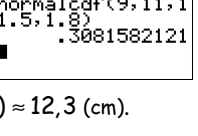
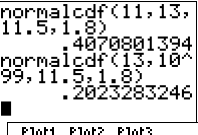
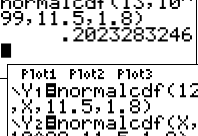
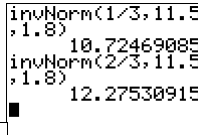
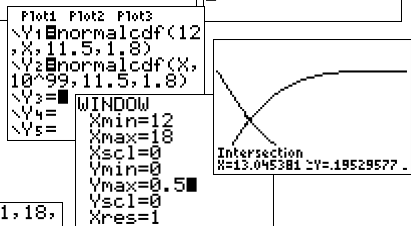
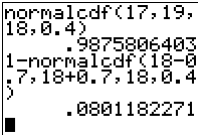
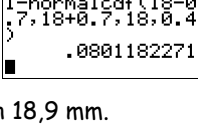
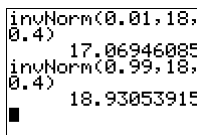
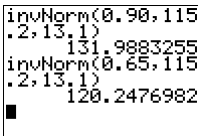
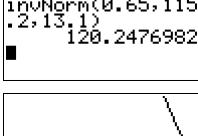
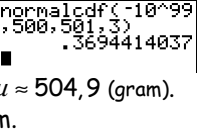
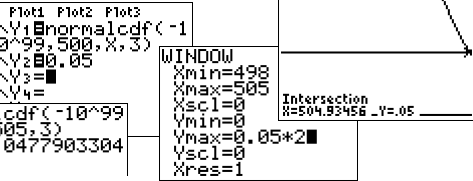
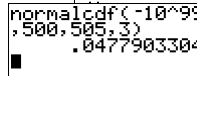


X	Y1	Y2
40	.01221	.01004
41	.01286	.01166
42	.015	.0134
43	.01613	.01528
44	.01725	.01727
45	.01824	.01938
46	.0194	.0216



50 $\text{normalcdf}(-10^{99}, 732, \mu, 18,6) = 1,5 \cdot \text{normalcdf}(732, 740, \mu, 18,6)$ (intersect) $\Rightarrow \mu \approx 746,4$.



- 51a Neem bijvoorbeeld een normale verdeling met $\mu = 0$ en $\sigma = 1$. (het geldt voor elke normale verdeling)
 $\text{normalcdf}(-1,1,0,1) \approx 0,6827$. Dus dat percentage is 68,27%. 
- 51b $\text{normalcdf}(-2,2,0,1) \approx 0,9545$. Dat percentage is 95,45%. 
- 52a opp. = $\text{normalcdf}(182,10^{99},178,5,4) \approx 0,229$. 
 52b Van de jongens is 22,9% langer dan 182 cm. 
 52c De gevraagde kans is 0,229.
- 53a $\text{normalcdf}(-10^{99},23,25,3) \approx 0,252 \Rightarrow 25,2\%$. 
 53b $\text{normalcdf}(23,8,25,3,25,3) \approx 0,195$. 
 53c $\text{normalcdf}(26,10^{99},25,3) \approx 0,369$.
 Je verwacht $0,369 \cdot 240 \approx 89$ forellen. 
 53d $\text{normalcdf}(25-1,5,25+1,5,25,3) \approx 0,383 \Rightarrow 38,3\%$.
 Dus 61,7% van de forellen heeft een lengte die meer dan 1,5 cm van het gemiddelde afwijkt. 
- 54a $\text{normalcdf}(60,10^{99},78,12) \approx 0,933$.
 Dus $\text{Ans} \cdot 1600 \approx 1493$ mannen zijn zwaarder dan 60 kg. 
 $\text{normalcdf}(-10^{99},65,78,12) \approx 0,139$.
 Dus $\text{Ans} \cdot 1600 \approx 223$ mannen zijn lichter dan 65 kg. 
- 54b $\text{normalcdf}(70,82,78,12) \approx 0,378$. 
 54c $\text{normalcdf}(105,10^{99},78,12) \approx 0,012$. 
 54d opp. links = $1 - 0,10 = 0,90 \Rightarrow d = \text{invNorm}(0,90,78,12) \approx 93$ (kg).
 Of: $\text{normalcdf}(d,10^{99},78,12) = 0,10$ (intersect) $\Rightarrow d \approx 93$ (kg). 

- 55a $\text{normalcdf}(-10^{99},78,85,\frac{280}{60})$ (alles eenzelfde eenheid) $\approx 0,067 \Rightarrow 6,7\%$. 
 55b $\text{normalcdf}(-10^{99},78,85,\frac{170}{60}) \approx 0,007 \Rightarrow 0,7\%$. 
- 56a klasse I: $\text{normalcdf}(-10^{99},9,11,5,1,8) \approx 0,082 \Rightarrow 8,2\%$. 
 klasse II: $\text{normalcdf}(9,11,11,5,1,8) \approx 0,308 \Rightarrow 30,8\%$. 
 klasse III: $\text{normalcdf}(11,13,11,5,1,8) \approx 0,407 \Rightarrow 40,7\%$. 
 klasse IV: $\text{normalcdf}(13,10^{99},11,5,1,8) \approx 0,202 \Rightarrow 20,2\%$. 
- 56b $a = \text{invNorm}(\frac{1}{3},11,5,1,8) \approx 10,7$ (cm) en $b = \text{invNorm}(\frac{2}{3},11,5,1,8) \approx 12,3$ (cm). 
 56c $\text{normalcdf}(12,c,11,5,1,8) = \text{normalcdf}(c,10^{99},11,5,1,8)$ (intersect) $\Rightarrow c \approx 13,0$ (cm). 
- 57a $\text{normalcdf}(17,19,18,0,4) \approx 0,988 \Rightarrow 98,8\%$. 
 57b $1 - \text{normalcdf}(18-0,7,18+0,7,18,0,4) \approx 0,080$. 
 57c $a = \text{invNorm}(0,01,18,0,4) \approx 17,1$ (mm) en
 $b = \text{invNorm}(0,99,18,0,4) \approx 18,9$ (mm).
 De diameter is minder dan 17,1 mm of meer dan 18,9 mm. 
- 58a $a = \text{invNorm}(0,90,115,2,13,1) \approx 132,0$. Dus een vervolgttest bij een IQ van 132 of meer. 
 58b $b = \text{invNorm}(0,65,115,2,13,1) \approx 120,2$. Dus een herkansing bij een IQ van 121 tot en met 131. 
- 59a $\text{normalcdf}(-10^{99},500,501,3) \approx 0,369 \Rightarrow 36,9\%$. 
 59b $\text{normalcdf}(-10^{99},500,\mu,3) = 0,05$ (intersect) $\Rightarrow \mu \approx 504,9$ (gram).
 Dus op een gemiddelde van minstens 504,9 gram. 
 59c $\text{normalcdf}(-10^{99},500,505,3) \approx 0,048$. Dit is meer dan 1%.
 Met het hoogst in te stellen gemiddelde lukt het niet eens. 

60a $\text{normalcdf}(5,10^{99}, 3,8,1,3) \approx 0,178$. Dus $\text{Ans} \cdot 24 \cdot 365 \approx 1560$ uur per jaar.

```
normalcdf(5.10^99,3.8,1.3)
.1779835349
Ans*24*365
1559.135766
```

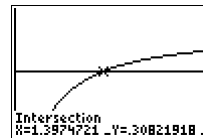
```
normalcdf(3.4,7.5,3.8,1.3)
.6186290942
Ans*24*365
5419.190865
```

60b $\text{normalcdf}(3,4,7,5,3,8,1,3) \approx 0,619$. Dus $\text{Ans} \cdot 24 \cdot 365 \approx 5420$ uur per jaar.

60c $\text{normalcdf}(7,9,10^{99}, 7,2, \sigma) = \frac{2700}{24 \cdot 365}$ (intersect) $\Rightarrow \sigma \approx 1,4$ (m/s).

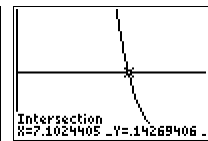
```
Plot1 Plot2 Plot3
V1:normalcdf(7.9,10^99,7.2,X)
V2:2700/(24*365)
V3=
V4=
V5=
```

```
WINDOW
Xmin=0
Xmax=3
Xscl=0
Ymin=0
Ymax=4*365*2
Vsc1=0
Vsc2=1
Xres=1
```



```
Plot1 Plot2 Plot3
V1:normalcdf(-10^99,5.5,X,1.5)
V2:1250/(24*365)
V3=
V4=
V5=
```

```
WINDOW
Xmin=0
Xmax=12
Xscl=0
Ymin=0
Ymax=4*365*2
Vsc1=0
Vsc2=1
Xres=1
```

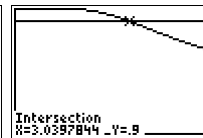


60d $\text{normalcdf}(-10^{99}, 5,5, \mu, 1,5) = \frac{1250}{24 \cdot 365}$ (intersect) $\Rightarrow \mu \approx 7,1$ (m/s).

61a $\text{normalcdf}(250 - 5, 250 + 5, 250, \sigma) = 0,90$ (intersect) $\Rightarrow \sigma \approx 3,04$ (gram maximaal).

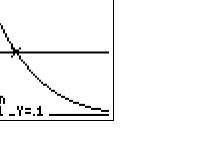
```
Plot1 Plot2 Plot3
V1:normalcdf(245,255,250,X)
V2:0,90
V3=
V4=
V5=
```

```
WINDOW
Xmin=0
Xmax=5
Xscl=0
Ymin=0
Ymax=1
Vsc1=0
Vsc2=1
Xres=1
```



```
Plot1 Plot2 Plot3
V1:normalcdf(-10^99,250,X,4)
V2:0,10
V3=
V4=
V5=
```

```
WINDOW
Xmin=250
Xmax=260
Xscl=0
Ymin=0
Ymax=0,1*2
Vsc1=0
Vsc2=1
Xres=1
```



61b $\text{normalcdf}(-10^{99}, 250, \mu, 4) = 0,10$ (intersect) $\Rightarrow \mu \approx 255$ (gram).

62a $\text{normalcdf}(31,37,35,3)$ (alles eenzelfde eenheid) $\approx 0,656$.

Dus $\text{Ans} \cdot \text{hoeveelheid} = 20000 \Rightarrow \text{hoeveelheid} = \frac{20000}{\text{Ans}} \approx 30500$ (moeren).

```
normalcdf(31,37,35,3)
.6562962511
20000/Ans
30474.04273
```

```
normalcdf(38,41,35,3)
.1359051975
Ans*30500
4145.108525
```

62b $\text{normalcdf}(38,41,35,3) \approx 0,136$. Dus $\text{Ans} \cdot 30500 \approx 4145$ (moeren).

63a $\text{normalcdf}(1970,2006,2010,35) \approx 0,328 \Rightarrow 32,8\%$.

63b $\text{invNorm}(0,80,2010,35) \approx 2039,46 \Rightarrow$ in het jaar 2039.

63c De tweede wereldoorlog duurde van 1939 tot 1945.
 $\text{normalcdf}(1939,1945,2010,35) \approx 0,010 \Rightarrow 1\%$.

63d $\text{normalcdf}(2000,2006,2010,35) \approx 0,067$.

Dus $\text{Ans} \times 1800 \approx 121$ Gb.

63e Eind 2005, dus neem als grens 1-1-2006.

1000 Gb nog voorradig \Rightarrow opp. rechts van 2006 is $\frac{1000}{1800}$.

$\text{normalcdf}(2006,10^{99},2010,35) = \frac{1000}{1800}$ (intersect) $\Rightarrow \sigma \approx 28,6$ (jaar).

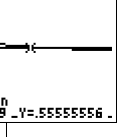
```
normalcdf(1970,2006,2010,35)
.3279565982
invNorm(0,80,2010,35)
2039.456743
```

```
normalcdf(1939,1945,2010,35)
.010394442
normalcdf(2000,2006,2010,35)
.0669570607
Ans*1800
120.5227092
```

```
normalcdf(2000,2006,2010,35)
.0669570607
Ans*1800
120.5227092
```

```
Plot1 Plot2 Plot3
V1:normalcdf(2006,10^99,2010,X)
V2:1000/1800
V3=
V4=
V5=
```

```
WINDOW
Xmin=0
Xmax=50
Xscl=0
Ymin=0
Ymax=1
Vsc1=0
Vsc2=1
Xres=1
```



64a Aanbieding A: $\text{normalcdf}(3,6,4,4,0,2) \approx 0,954$.

Dat kost dus $\frac{1}{\text{Ans}} \cdot 7,50 \approx 7,86$ (€) per 100 bruikbare leertjes.

Aanbieding B: $\text{normalcdf}(3,6,4,4,0,3) \approx 0,818$.

Dat kost dus $\frac{1}{\text{Ans}} \cdot 6,50 \approx 7,95$ (€) per 100 bruikbare leertjes.

Dus aanbieding A is het aantrekkelijkst.

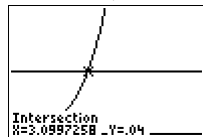
```
normalcdf(3.6,4.4,4,0.2)
.954499876
1/Ans*7.50
7.857518046
```

```
normalcdf(3.6,4.4,4,0.3)
.8175774363
1/Ans*6.50
7.950317256
```

64b $\text{normalcdf}(3,8,10^{99}, \mu, 0,4) = 0,04$ (intersect) $\Rightarrow \mu \approx 3,1$ (mm).

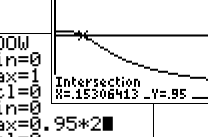
```
Plot1 Plot2 Plot3
V1:normalcdf(3.8,10^99,X,0.4)
V2:0,04
V3=
V4=
V5=
```

```
WINDOW
Xmin=2.5
Xmax=4
Xscl=0
Ymin=0
Ymax=0,04*2
Vsc1=0
Vsc2=1
Xres=1
```



```
Plot1 Plot2 Plot3
V1:normalcdf(4.5,5.1,4.8,X)
V2:0,95
V3=
V4=
V5=
```

```
WINDOW
Xmin=0
Xmax=1
Xscl=0
Ymin=0
Ymax=0,95*2
Vsc1=0
Vsc2=1
Xres=1
```



64c $\text{normalcdf}(4,8 - 0,3, 4,8 + 0,3, 4,8, \sigma) = 0,95$ (intersect) $\Rightarrow \sigma \approx 0,15$ (mm).

65a $\text{normalcdf}(-10^{99}, 2,5, 2,52, 0,12) \approx 0,434$.

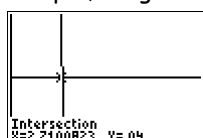
65b $1 - \text{normalcdf}(2,56 - 0,3, 2,56 + 0,3, 2,56, 0,12) \approx 0,012 \Rightarrow 1,2\%$.

65c $\text{normalcdf}(-10^{99}, 2,5, \mu, 0,12) = 0,04$ (intersect) $\Rightarrow \mu \approx 2,71$ (kg).
Het gemiddelde moet worden ingesteld op 2,71 kg of meer.

```
normalcdf(-10^99,2.5,2.52,0.12)
.4338161621
1-normalcdf(2.56-0.3,2.56+0.3,2.56,0.12)
.0124193597
```

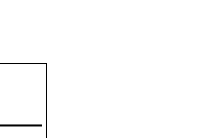
```
Plot1 Plot2 Plot3
V1:normalcdf(-10^99,2.5,X,0.12)
V2:0,04
V3=
V4=
V5=
```

```
WINDOW
Xmin=0
Xmax=10
Xscl=0
Ymin=0
Ymax=2*0,04
Vsc1=0
Vsc2=1
Xres=1
```



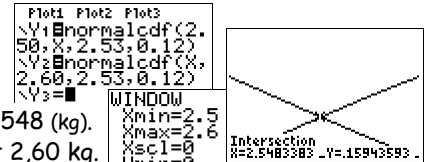
```
Plot1 Plot2 Plot3
V1:normalcdf(2.72,10^99,X,0.12)
V2:16/853
V3=
V4=
V5=
```

```
WINDOW
Xmin=2
Xmax=3
Xscl=0
Ymin=0
Ymax=30/853
Vsc1=0
Vsc2=1
Xres=1
```



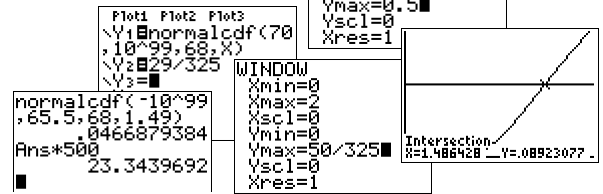
65d $\text{normalcdf}(2,72,10^{99}, \mu, 0,12) = \frac{16}{853}$ (intersect) $\Rightarrow \mu \approx 2,47$ (kg).

65e $\text{normalcdf}(2.50, e, 2.53, 0.12) = \text{normalcdf}(e, 2.60, 2.53, 0.12)$ (intersect) $\Rightarrow e \approx 2,548$ (kg).
Een partij bestaat uit pakken van 2,50 tot 2,548 kg, de andere van 2,548 tot 2,60 kg.



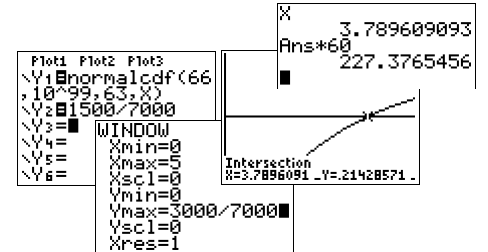
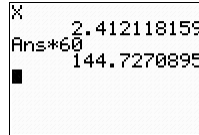
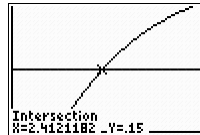
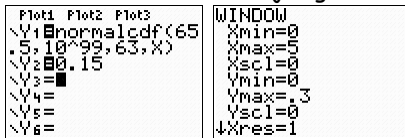
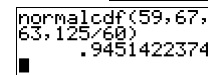
66a $\text{normalcdf}(70, 10^{99}, 68, \sigma) = \frac{29}{325}$ (intersect) $\Rightarrow \sigma \approx 1,49$ (%).

66b $\text{normalcdf}(-10^{99}, 65.5, 68, 1.49) \approx 0,047$.
Dus op een partij van 500 stuks zijn er dat $\text{Ans} \cdot 500 \approx 23$.



67a $\text{normalcdf}(63 - 4, 63 + 4, 63, \frac{125}{60}) \approx 0,945$.

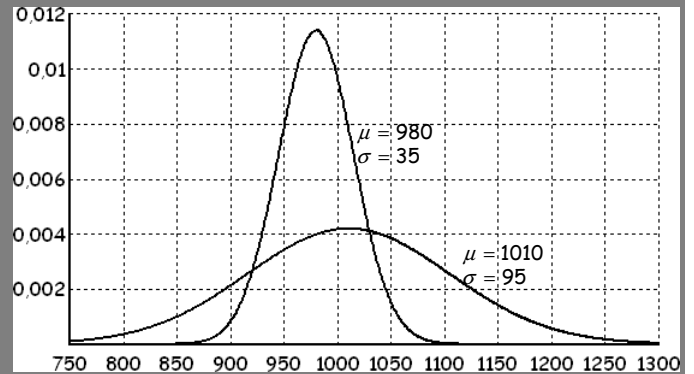
67b $\text{normalcdf}(65.5, 10^{99}, 63, \sigma) = \frac{1}{2} \times 0,30$ (intersect) $\Rightarrow \sigma \approx 2,41$ (minuten).
Dus de standaardafwijking is $\text{Ans} \cdot 60 \approx 145$ seconden.



67c $\text{normalcdf}(66, 10^{99}, 63, \sigma) = \frac{1500}{7000}$ (intersect) $\Rightarrow \sigma \approx 3,79$ (minuten).
Dus de standaardafwijking is $\text{Ans} \cdot 60 \approx 227$ seconden.

Opdracht 68 tot en met 73 zijn alleen online te maken (eventueel overslaan).

- 68a Lees af: Kans rechts = 0,0062 \Rightarrow 0,6%.
- 68b Lees af: Kans midden = 0,8664 \Rightarrow 86,6%.
- 68c Lees af: Kans links = 0,9599 \approx 0,960.
- 68d Lees af: Kans links = 0,1056 \Rightarrow 10,6% van de pakken.
- 68e Lees af: Kans staart = 0,4533 \Rightarrow 45,3%.



- 69a Zie de verschillen in grafiek hiernaast.
- 69b Merk A: $P(X \leq 950) = 0,2638 \Rightarrow P(X \geq 950) = 0,7362$.
Merk B: $P(X \leq 950) = 0,1957 \Rightarrow P(X \geq 950) = 0,8043$.
Merk B geniet dus de voorkeur (want $0,8043 > 0,7362$).

- 70a Lees af: Kans rechts = 0,2938 \Rightarrow 29,4%.
- 70b Kans rechts = 0,15 geeft Grens = 132,0174 \Rightarrow vanaf IQ = 132.
- 70c Kans links = 0,75 geeft Grens = 126,8778 \Rightarrow vanaf IQ = 127.

71 $\mu = 500$, Linkergrens = 493, Rechtergrens = 507 en Kans staart = 0,025 geeft $\sigma = 3,5715 \Rightarrow \sigma \approx 3,6$ (gram).

- 72a *
- 72b Lees af in de tabel: bij score 55 is de opp. links = 0,066807 \Rightarrow 6,7% van de scores is lager dan 55.
Lees af in de tabel: bij score 72 is de opp. rechts = 0,091211 \Rightarrow 9,1% van de scores is hoger dan 72.
- 72c Lees af in de tabel: opp. links = 0,203328 bij de score 59 \Rightarrow je valt af bij scores tot en met 58.

- 73a Zie de tabel onder deze opdracht op de achterkant van dit blad.
- 73b Zie de grafiek onder deze opdracht op de achterkant van dit blad.

73c Lees af in de tabel: bij 71 kg is bij de mannen opp. rechts = 0,9452 \Rightarrow $0,9452 \cdot 1800 \approx 1700$ mannen.

$$0,9452 \cdot 1800 = 1701,36$$

73d Lees af in de tabel: bij 85 kg is bij de mannen opp. rechts = 0,1151 en bij de vrouwen is opp. rechts = 0,0228.
Dat zijn dus $0,1151 \cdot 1800 + 0,0228 \cdot 2500 \approx 264$ personen.

$$0,1151 \cdot 1800 + 0,0228 \cdot 2500 = 264,18$$

73e Voer in: $A4 = 50$, $B4 = 1800 \cdot \text{NORM.VERD}(A4;79;5;1)$, $C4 = 2500 \cdot \text{NORM.VERD}(A4;71;7;1)$
en $D4 = B4 + C4$. Zie de tabel onder deze opdracht op de achterkant van dit blad.

73f Kijk in de tabel. Er zijn 602 personen lichter dan 66 kg, dus de lichtste 600 personen zijn lichter dan 66 kg.

73g 10% van 4300 is 430 en $4300 - 430 = 3870$.
Er zijn 3811 personen lichter dan 83 kg en er zijn 3935 personen lichter dan 84 kg.
Dus de 10% zwaarste personen zijn zwaarder dan ruim 83 kg.

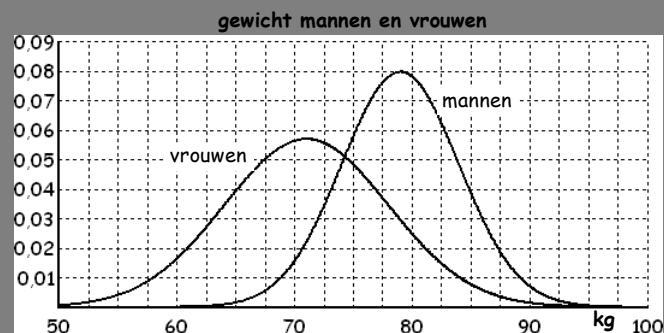
73a

gewicht in kg	gewicht in kg					
	Mannen			vrouwen		
	hoogte kromme	oppervlakte links	oppervlakte rechts	hoogte kromme	oppervlakte links	oppervlakte rechts
50	0,0000	0,0000	1,0000	0,0006	0,0013	0,9987
51	0,0000	0,0000	1,0000	0,0010	0,0021	0,9979
52	0,0000	0,0000	1,0000	0,0014	0,0033	0,9967
53	0,0000	0,0000	1,0000	0,0021	0,0051	0,9949
54	0,0000	0,0000	1,0000	0,0030	0,0076	0,9924
55	0,0000	0,0000	1,0000	0,0042	0,0111	0,9889
56	0,0000	0,0000	1,0000	0,0057	0,0161	0,9839
57	0,0000	0,0000	1,0000	0,0077	0,0228	0,9772
58	0,0000	0,0000	1,0000	0,0102	0,0316	0,9684
59	0,0000	0,0000	1,0000	0,0131	0,0432	0,9568
60	0,0001	0,0001	0,9999	0,0166	0,0580	0,9420
61	0,0001	0,0002	0,9998	0,0205	0,0766	0,9234
62	0,0002	0,0003	0,9997	0,0249	0,0993	0,9007
63	0,0005	0,0007	0,9993	0,0297	0,1265	0,8735
64	0,0009	0,0013	0,9987	0,0346	0,1587	0,8413
65	0,0016	0,0026	0,9974	0,0395	0,1957	0,8043
66	0,0027	0,0047	0,9953	0,0442	0,2375	0,7625
67	0,0045	0,0082	0,9918	0,0484	0,2839	0,7161
68	0,0071	0,0139	0,9861	0,0520	0,3341	0,6659
69	0,0108	0,0228	0,9772	0,0547	0,3875	0,6125
70	0,0158	0,0359	0,9641	0,0564	0,4432	0,5568
71	0,0222	0,0548	0,9452	0,0570	0,5000	0,5000
72	0,0299	0,0808	0,9192	0,0564	0,5568	0,4432
73	0,0388	0,1151	0,8849	0,0547	0,6125	0,3875
74	0,0484	0,1587	0,8413	0,0520	0,6659	0,3341
75	0,0579	0,2119	0,7881	0,0484	0,7161	0,2839
76	0,0666	0,2743	0,7257	0,0442	0,7625	0,2375
77	0,0737	0,3446	0,6554	0,0395	0,8043	0,1957
78	0,0782	0,4207	0,5793	0,0346	0,8413	0,1587
79	0,0798	0,5000	0,5000	0,0297	0,8735	0,1265
80	0,0782	0,5793	0,4207	0,0249	0,9007	0,0993
81	0,0737	0,6554	0,3446	0,0205	0,9234	0,0766
82	0,0666	0,7257	0,2743	0,0166	0,9420	0,0580
83	0,0579	0,7881	0,2119	0,0131	0,9568	0,0432
84	0,0484	0,8413	0,1587	0,0102	0,9684	0,0316
85	0,0388	0,8849	0,1151	0,0077	0,9772	0,0228
86	0,0299	0,9192	0,0808	0,0057	0,9839	0,0161
87	0,0222	0,9452	0,0548	0,0042	0,9889	0,0111
88	0,0158	0,9641	0,0359	0,0030	0,9924	0,0076
89	0,0108	0,9772	0,0228	0,0021	0,9949	0,0051
90	0,0071	0,9861	0,0139	0,0014	0,9967	0,0033
91	0,0045	0,9918	0,0082	0,0010	0,9979	0,0021
92	0,0027	0,9953	0,0047	0,0006	0,9987	0,0013
93	0,0016	0,9974	0,0026	0,0004	0,9992	0,0008
94	0,0009	0,9987	0,0013	0,0003	0,9995	0,0005
95	0,0005	0,9993	0,0007	0,0002	0,9997	0,0003
96	0,0002	0,9997	0,0003	0,0001	0,9998	0,0002
97	0,0001	0,9998	0,0002	0,0001	0,9999	0,0001
98	0,0001	0,9999	0,0001	0,0000	0,9999	0,0001
99	0,0000	1,0000	0,0000	0,0000	1,0000	0,0000
100	0,0000	1,0000	0,0000	0,0000	1,0000	0,0000

73c

gewicht g in kg	mannen < g kg	vrouwen < g kg	personen < g kg
50	0	3	3
51	0	5	5
52	0	8	8
53	0	13	13
54	0	19	19
55	0	28	28
56	0	40	40
57	0	57	57
58	0	79	79
59	0	108	108
60	0	145	145
61	0	191	192
62	1	248	249
63	1	316	318
64	2	397	399
65	5	489	494
66	8	594	602
67	15	710	724
68	25	835	860
69	41	969	1010
70	65	1108	1173
71	99	1250	1349
72	145	1392	1537
73	207	1531	1738
74	286	1665	1950
75	381	1790	2172
76	494	1906	2400
77	620	2011	2631
78	757	2103	2861
79	900	2184	3084
80	1043	2252	3294
81	1180	2309	3488
82	1306	2355	3661
83	1419	2392	3811
84	1514	2421	3925
85	1593	2443	4036
86	1655	2460	4114
87	1701	2472	4174
88	1735	2481	4216
89	1759	2487	4246
90	1775	2492	4267
91	1785	2495	4280
92	1792	2497	4288
93	1795	2498	4293
94	1798	2499	4296
95	1799	2499	4298
96	1799	2500	4299
97	1800	2500	4300
98	1800	2500	4300
99	1800	2500	4300
100	1800	2500	4300

73b



Diagnostische toets

D1a Maak lijsten op de GR. (in L1 de klassenmiddens en in L2 de frequenties)
1-Var Stats L1, L2 $\Rightarrow \bar{x} \approx 3230$ (kWh) en $\sigma \approx 690$ (kWh).

D1b $\bar{x} - \sigma \approx 3230 - 690 = 2540$ (kWh) en $\bar{x} + \sigma \approx 3230 + 690 = 3920$ (kWh).

Er voldoen $\frac{460}{500} \cdot 134 + 182 + \frac{420}{500} \cdot 135 \approx 419$ meters. Dat is $\frac{419}{642} \cdot 100\% \approx 65\%$.

D2a Massachusetts heeft 6,3 miljoen inwoners. (aflezen in de boxplot)

D2b $2,5 - 1,8 = 0,7$ en $4,0 - 1,8 = 2,2 \Rightarrow$ de schatting is $25\% + \frac{0,7}{2,2} \cdot 25\% \approx 33\%$.

D2c Het gemiddeld aantal inwoners is $\frac{0,4+1,8}{2} = \frac{2,2}{2} = 1,1$ miljoen.

Er zijn 12 of 13 staten (25% van 50), dus de schatting is $12,5 \cdot 1,1 \approx 14$ miljoen inwoners.

D2d Het gemiddeld aantal inwoners is dan $\frac{6,3+33,8}{2} = \frac{40,1}{2} = 20,05$ miljoen.

De schatting is $12,5 \cdot 20,05 \approx 251$ miljoen inwoners.

Dit kan niet kloppen, want dan zouden er voor de 25 staten met inwoneraantallen van 1,8 tot 6,3 miljoen slechts $290 - 251 - 14 = 25$ miljoen inwoners overblijven.

D3a 97,5% van de 750 potten \Rightarrow 731 potten jam.

D3b 13,5% van de 750 potten \Rightarrow 101 potten jam.

D4a Maak eerst de tabel hiernaast.

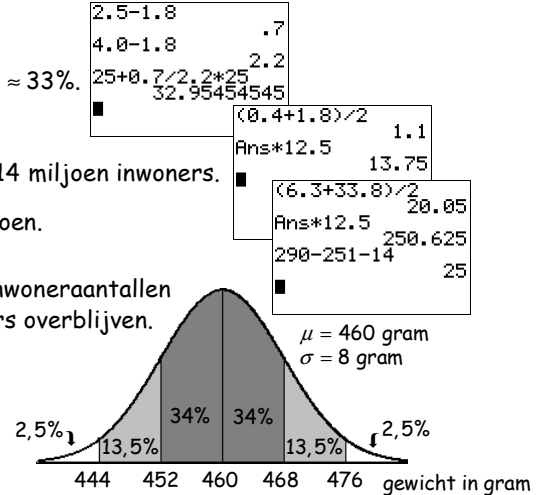
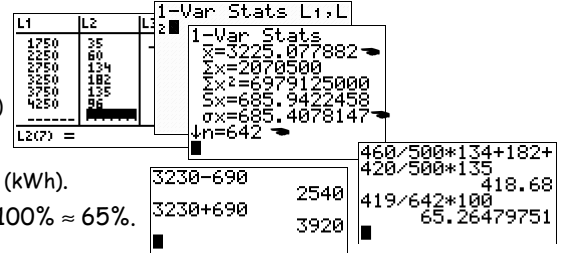
Zet de procenten uit boven de rechtergrens van de klassen.
De punten liggen op een rechte lijn \Rightarrow een normale verdeling.
Zie het normaal-waarschijnlijkheidspapier onder opgave D5.

D4b Lees af bij 50%: $\mu \approx 12,4$ en bij 86%: $\mu + \sigma \approx 14,0 \Rightarrow \sigma \approx 1,6$.

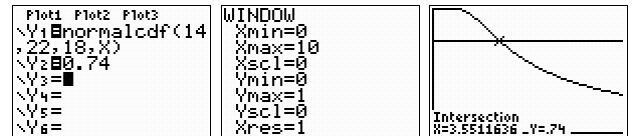
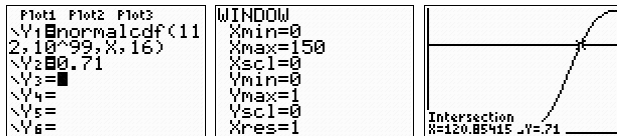
D5a opp. links van a is $\frac{1-0,75}{2} = 0,125$.
 $a = \text{invNorm}(0,125,158,12) \approx 144,2$.

D5b $\text{normalcdf}(112,10^{99}, \mu, 16) = 0,71$ (intersect) $\Rightarrow \mu \approx 121$.

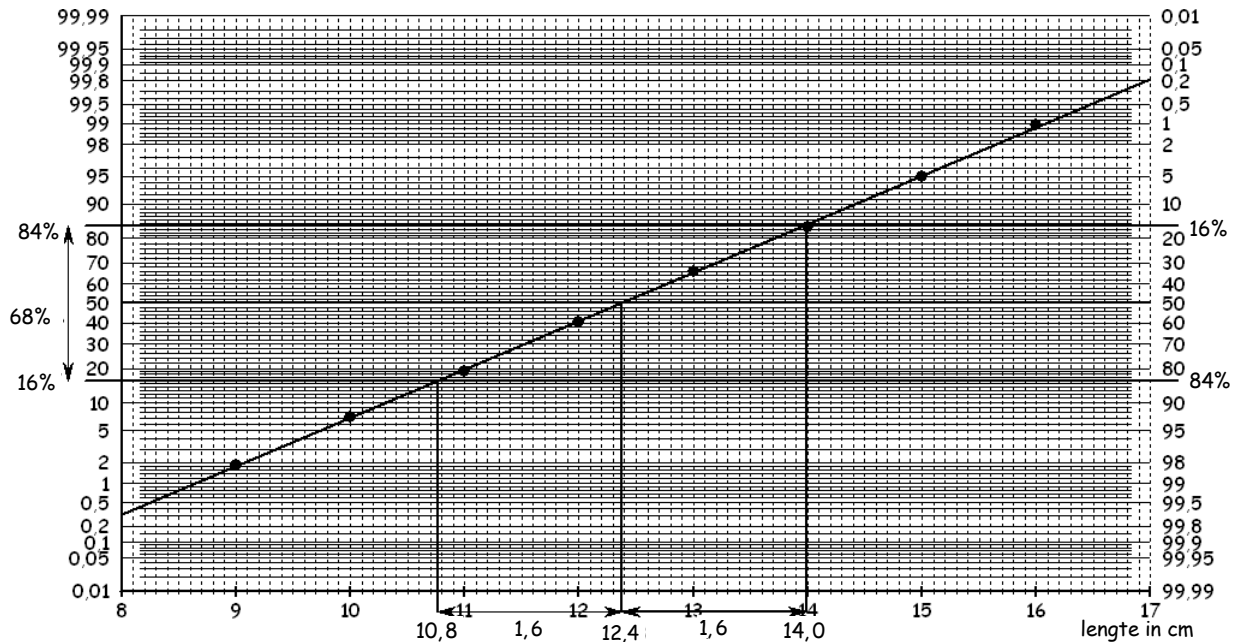
D5c $\text{normalcdf}(14,22,18, \sigma) = 0,74$ (intersect) $\Rightarrow \sigma \approx 3,55$.



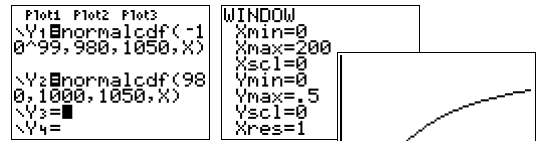
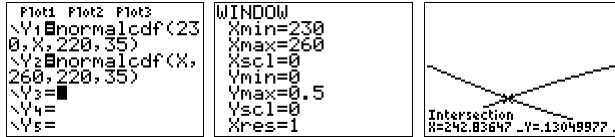
klasse	freq.	cum. freq.	rel. cum. freq. (%)
8- < 9	7	7	$7/380 \times 100 \approx 1,8$
9- < 10	20	27	$27/380 \times 100 \approx 7,1$
10- < 11	46	73	$73/380 \times 100 \approx 19,2$
11- < 12	80	153	$153/380 \times 100 \approx 40,3$
12- < 13	98	251	$251/380 \times 100 \approx 66,1$
13- < 14	68	319	$319/380 \times 100 \approx 83,9$
14- < 15	42	361	$361/380 \times 100 \approx 95,0$
15- < 16	15	376	$376/380 \times 100 \approx 98,9$
16- < 17	4	380	$380/380 \times 100 = 100$



hoort bij D4a



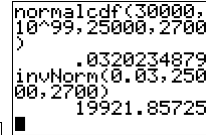
D6 \square $\text{normalcdf}(230, a, 220, 35) = \text{normalcdf}(a, 260, 220, 35)$ (intersect) $\Rightarrow a \approx 242,8$.



D7 \square $\text{normalcdf}(-10^{99}, 980, 1050, \sigma) = \text{normalcdf}(980, 1000, 1050, \sigma)$ (intersect) $\Rightarrow \sigma \approx 49$.

D8a \square $\text{normalcdf}(30000, 10^{99}, 25000, 2700) \approx 0,032$. Dus 3,2%.

D8b \square $\text{invNorm}(0.03, 25000, 2700) \approx 19920$ (uur).



D9a \square $\text{normalcdf}(-10^{99}, 46, 47.5, \frac{50}{60}) \approx 0,036$.

D9b \square $\text{normalcdf}(b, 10^{99}, 47.5, \frac{50}{60}) = 0,02$ (intersect) $\Rightarrow b \approx 49,21$.

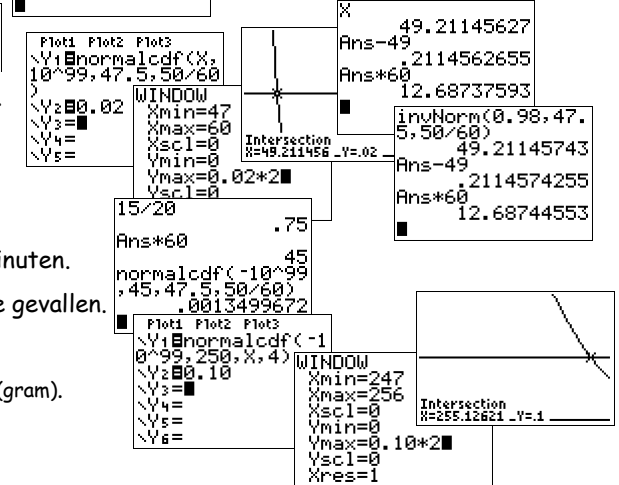
Of: $\text{invNorm}(0.98, 47.5, \frac{50}{60}) \approx 49,21$.

Dat is (afgerond) 49 minuten en 13 seconden.

D9c \square Bij een gemiddelde snelheid van (meer dan) $20 \frac{\text{km}}{\text{uur}}$ hoort een tijd van (minder dan) $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$ uur. Dus (minder dan) 45 minuten.

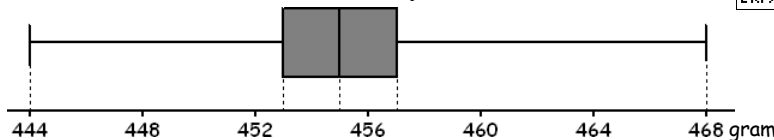
$\text{normalcdf}(-10^{99}, 45, 47.5, \frac{50}{60}) \approx 0,001$. Dus in 0,1% van de gevallen.

D10 \square $\text{normalcdf}(-10^{99}, 250, \mu, 4) = 0,10$ (intersect) $\Rightarrow \mu \approx 255,1$ (gram).

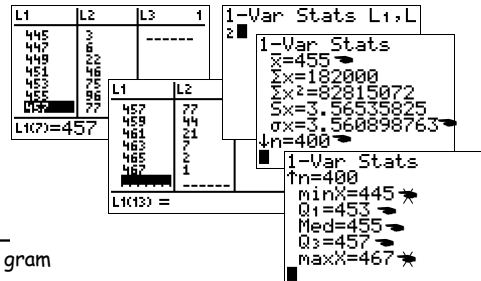


Gemengde opgaven 8. De normale verdeling

G32a \square Maak lijsten op de GR. (in L1 de klassenmiddens en in L2 de frequenties)
1-Var Stats L1, L2 \Rightarrow boxplot hieronder.
(neem Xmin = 444 en Xmax = 468 omdat je met klassen werkt)



G32b \square $\bar{x} = 455$ (gram) en $\sigma \approx 3,6$ (gram).



G33a \square Optellen van de kolommen geeft de tabel hieronder.

aantal jongens	0	1	2	3	4
frequenties	25	57	23	7	8

Maak lijsten op de GR. (in L1 de aantallen jongens en in L2 de frequenties)

1-Var Stats L1, L2 $\Rightarrow \bar{x} = 1,3$ en $\sigma \approx 1,1$.

G33b \square Optellen van de juiste diagonalen geeft de tabel hieronder.

aantal kinderen	0	1	2	3	4	5	6	7
frequenties	0	31	40	33	11	4	0	1

Maak lijsten op de GR. (in L1 de aantallen kinderen en in L2 de frequenties)

De modus = 2 (kinderen) en 1-Var Stats L1, L2 $\Rightarrow \bar{x} \approx 2,34$ (kinderen) en de mediaan = 2 (kinderen).

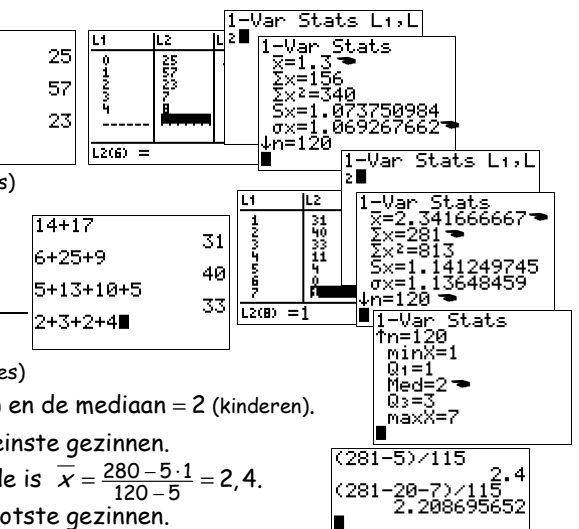
G33c \square Het grootste gemiddelde als er 5 kinderen vertrekken uit de kleinste gezinnen.

De frequentie 31 in L2 wordt dan 26. Het grootste gemiddelde is $\bar{x} = \frac{280 - 5 \cdot 1}{120 - 5} = 2,4$.

Het kleinste gemiddelde als er 5 kinderen vertrekken uit de grootste gezinnen.

De frequentie 4 en 1 in L2 worden beiden 0. Het kleinste gemiddelde is $\bar{x} = \frac{280 - 4 \cdot 5 - 1 \cdot 7}{120 - 5} \approx 2,21$.

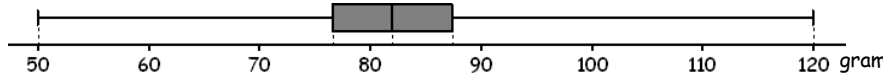
Dus het gemiddelde ligt tussen 2,21 en 2,4.



G34a De middelste 50% ligt tussen 55 en 65. Het gemiddelde, dat ligt in het midden van de klok van de verdeling, is dus 60.
 $\text{normalcdf}(55,65,60,\sigma) = 0,50$ (intersect) $\Rightarrow \sigma \approx 7,4$ (gram).

G34b $\text{normalcdf}(62.5,10^9,60,7.4) \approx 0,368 \Rightarrow 36,8\%$ van de appels.

G34c $Q_1 = \text{invNorm}(0.25,82,8) \approx 76,6$ (gram) en $Q_3 = \text{invNorm}(0.75,82,8) \approx 87,4$ (gram).



G35a $\text{normalcdf}(-10^9,55,60,4) \approx 0,10565 \Rightarrow \text{Ans} \cdot 5000 \approx 528$ eieren behoren tot klasse K.
 $\text{normalcdf}(55,63,60,4) \approx 0,66772 \Rightarrow \text{Ans} \cdot 5000 \approx 3339$ eieren behoren tot klasse M.

G35b $5000 - 528 - 3339 = 1133$ eieren behoren tot klasse G.
 De opbrengst is $528 \cdot 0,09 + 3339 \cdot 0,10 + 1133 \cdot 0,11 = 506,05$ (€).
 De kosten zijn $300 + 5000 \cdot 0,015 = 375,00$ (€).
 De winst is $506,05 - 375,00 = 131,05$ (€).

G35c Maak eerst de tabel hiernaast.
 Zet de procenten uit boven de rechtergrens van de klassen.
 De punten liggen op een rechte lijn \Rightarrow een normale verdeling.
 Zie het normaal-waarschijnlijkheidspapier onder opgave G36.

G35d Lees af bij 50%: $\mu \approx 4978$ en bij 86%: $\mu + \sigma \approx 5006 \Rightarrow \sigma \approx 28$.

G36 $P(\text{te dun}) = \text{normalcdf}(-10^9,0.78,0.85,0.04) \approx 0,040$.
 Dus $\text{Ans} \cdot 25000 \approx 1000$ plaatjes zijn te dun.
 $P(\text{bruikbaar}) = \text{normalcdf}(0.78,0.92,0.85,0.04) \approx 0,920$.
 Dus $\text{Ans} \cdot 25000 \approx 23000$ plaatjes zijn bruikbaar
 en $25000 - 1000 - 23000 = 1000$ plaatjes zijn te dik.
 De winst is $1000 \cdot -0,15 + 23000 \cdot 0,05 + 1000 \cdot 0,03 = 1030$ (€).

Plot1 Plot2 Plot3
 $\text{V1} = \text{normalcdf}(55,65,60,X)$
 $\text{V2} = 0,50$
 $\text{V3} =$
 $\text{V4} =$
 $\text{V5} =$

WINDOW
 $X_{\min}=0$
 $X_{\max}=10$
 $X_{\text{scl}}=0$
 $Y_{\min}=0$
 $Y_{\max}=1$
 $Y_{\text{scl}}=0$
 $X_{\text{res}}=1$

Intersection
 $X=76.4130136$ $Y=0.5$

$\text{normalcdf}(62.5,10^9,60,7.4)$
 0.36774276

$\text{invNorm}(0.25,82,8)$
 76.604082

$\text{invNorm}(0.75,82,8)$
 87.395918

$\text{normalcdf}(-10^9,55,60,4)$
 0.105649839
 $\text{Ans} * 5000$
 528.2491948

$\text{normalcdf}(55,63,60,4)$
 0.6677228816
 $\text{Ans} * 5000$
 3338.614408

$5000 - 528 - 3339$
 1133

$528 * 0.09 + 3339 * 0.10 + 1133 * 0.11$
 506.05

$300 + 5000 * 0.015$
 375

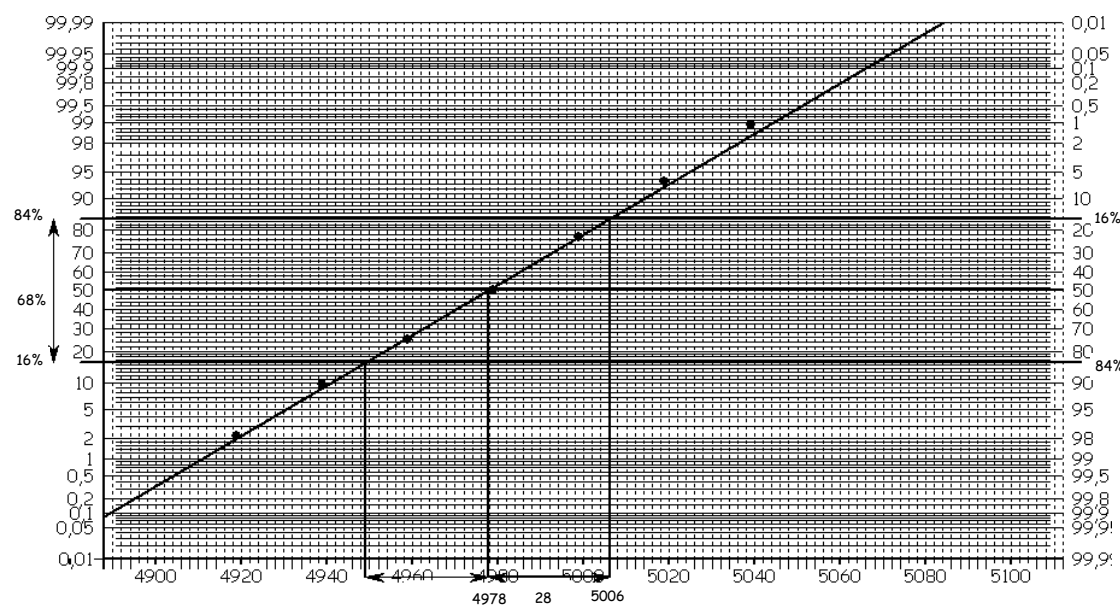
$506.05 - 375$
 131.05

klasse	freq.	cum. freq.	rel. cum. freq. (%)
4900- < 4919	2	2	$2/90 \times 100 \approx 2,2$
4920- < 4939	5	7	$7/90 \times 100 \approx 7,8$
4940- < 4959	14	21	$21/90 \times 100 \approx 23,3$
4960- < 4979	23	44	$44/90 \times 100 \approx 48,9$
4980- < 4999	25	69	$69/90 \times 100 \approx 76,7$
5000- < 5019	15	84	$84/90 \times 100 \approx 93,3$
5020- < 5039	5	89	$89/90 \times 100 \approx 98,9$
5040- < 5059	1	90	$90/90 \times 100 = 100$

$\text{normalcdf}(-10^9,0.78,0.85,0.04)$
 0.0400591135
 $\text{Ans} * 25000$
 1001.477838

$\text{normalcdf}(0.78,0.92,0.85,0.04)$
 0.9198817729
 $\text{Ans} * 25000$
 22997.04432

$1000 * -0.15 + 23000 * 0.05 + 1000 * 0.03$
 1030



G37a $\text{normalcdf}(-10^9,1000,1008,\sigma)$ (alles eenzelfde eenheid) $= 0,034$ (intersect) $\Rightarrow \sigma \approx 4,38$ (gram).

Plot1 Plot2 Plot3
 $\text{V1} = \text{normalcdf}(-10^9,1000,1008,X)$
 $\text{V2} = 0,034$
 $\text{V3} =$
 $\text{V4} =$
 $\text{V5} =$

WINDOW
 $X_{\min}=0$
 $X_{\max}=10$
 $X_{\text{scl}}=0$
 $Y_{\min}=0$
 $Y_{\max}=0,034 * 2$
 $Y_{\text{scl}}=0$
 $X_{\text{res}}=1$

Intersection
 $X=4.3835471$ $Y=0.034$

Plot1 Plot2 Plot3
 $\text{V1} = \text{normalcdf}(-10^9,1000,X,3.2)$
 $\text{V2} = 0,025$
 $\text{V3} =$
 $\text{V4} =$
 $\text{V5} =$

WINDOW
 $X_{\min}=1000$
 $X_{\max}=1020$
 $X_{\text{scl}}=0$
 $Y_{\min}=0$
 $Y_{\max}=0,025 * 2$
 $Y_{\text{scl}}=0$
 $X_{\text{res}}=1$

Intersection
 $X=1006.2719$ $Y=0.025$

G37b $\text{normalcdf}(-10^9,1000,\mu,3.2) = 0,025$ (intersect) $\Rightarrow \mu \approx 1006,27$ (gram minimaal).

G38a \square $\text{normalcdf}(-10^{99}, 50, 77, 13) \approx 0,019$.
 Dus $\text{Ans} \cdot 12000 \approx 227$ rozen worden afgekeurd.

G38b \square In klasse I: $\text{normalcdf}(50, 65, 77, 13) \cdot \frac{12000}{20} \approx 95$ bossen.
 In klasse II: $\text{normalcdf}(65, 80, 77, 13) \cdot \frac{12000}{20} \approx 248$ bossen.
 In klasse III: $\text{normalcdf}(80, 95, 77, 13) \cdot \frac{12000}{20} \approx 195$ bossen.
 De veilingopbrengst is $95 \cdot 5 + 248 \cdot 7,50 + 195 \cdot 8,75 \approx 4000$ euro.

G39a \square $\text{normalcdf}(-10^{99}, 10, 12, 8, 1, 6) \approx 0,040$.
 $\text{normalcdf}(10, 14, 12, 8, 1, 6) \approx 0,733$.
 $\text{normalcdf}(14, 10^{99}, 12, 8, 1, 6) \approx 0,227$.
 Dus groep I: 4,0%; groep II: 73,3% en groep III: 22,7%.

G39b \square De oppervlakte links van grens a is $0,040 + 0,50 \cdot 0,733 = 0,4065$.
 $b = \text{invNorm}(0,4065, 12, 8, 1, 6) \approx 12,4$ (cm).

G40a \square $\text{normalcdf}(23, 40, 10^{99}, 23, 25, 0, 10) \approx 0,067 \Rightarrow 6,7\%$.

G40b \square $\text{normalcdf}(-10^{99}, 25, 75 - 0,40, 25, 75, \sigma) = \frac{3}{10000}$ (intersect) $\Rightarrow \sigma \approx 0,12$ (mm).

G41a \square $\text{normalcdf}(124, 126, 129, 8, 2, 2) \approx 0,0379$.
 Dus $\text{Ans} \cdot 2,94$ miljoen $\approx 0,111$ miljoen = 111 000 (bekertjes).

G41b \square $\text{normalcdf}(-10^{99}, 125, 129, 8, 2, 2) \approx 0,015 < 0,05$ (= 5%).

G41c \square $\text{normalcdf}(-10^{99}, 125, \mu, 2, 2) = 0,05$ (intersect) $\Rightarrow \mu \approx 128,6$ (ml).
 Het verschil is $129,8 - 128,6 = 1,2$ (ml = 0,0012 liter).
 De besparing is $0,0012 \cdot 0,73 \cdot 2,94 \cdot 10^6 \approx 2575$ (€).

TI-84 9. Statistische berekeningen

1 Het gemiddelde is $\bar{x} \approx 23,0$ en de mediaan is $\text{Med} = 23$ (zie de schermen op de tweede rij hieronder).
 De schermen op de eerste rij hieronder zijn om bestaande lijsten schoon te veegen en om de 6 oorspronkelijke lijsten (bij verlies) in de oorspronkelijke volgorde te plaatsen.

Row 1: [1] [2nd] [DEL] [2nd] [DEL] [2nd] [DEL] [2nd] [DEL] [2nd] [DEL] [2nd] [DEL] [2nd] [DEL] [2nd] [DEL]

Row 2: [2nd] [1] is [L1] (lijst L1); [2nd] [2] is [L2] (lijst L2).

2a [1] [2nd] [DEL] [2nd] [DEL] [2nd] [DEL] [2nd] [DEL] [2nd] [DEL] [2nd] [DEL] [2nd] [DEL] [2nd] [DEL]

2b Het gemiddelde is $\bar{x} \approx 5,2$ en de mediaan is $\text{Med} = 5$ (zie de schermen hiernaast).

2c Het gemiddelde is $\bar{x} \approx 5,8$ en de mediaan is $\text{Med} = 6$ (zie de schermen hiernaast).

3 Het gemiddelde is $\bar{x} \approx 11,9$ en de mediaan is $\text{Med} = 10$ (zie de schermen hieronder).